ترمودینامیک مهندسی

ترمودینامیک ۱

سرفصل دروس ۱- مفاهیم و تعاریف اولیه

۲- خواص مواد خالص

۳- کار و گرما

۴- قانون اول برای سیستم بسته

۵- قانون اول برای حجم کنترل و فرایندهای گذرا

۶- قانون دوم

۷- آنتروپی

۸- آنتروپی حجم کنترل

کتاب مرجع: ترمودینامیک مهندسی سنجل

ون وایلن

شومنز

تمرین - ۹ سری تمرین

نمره بندی: تمرین + کوییز + میانترم + پایان ترم + پروژه امتیازی

پروژه امتیازی ← نرم افزاری: EES, Matlab, ⋮

+۳ نمره امتیازی و هم ترجمه

ترمودینامیک ۱ : فصل اول : مفاهیم اولیه.

مفهوم ترمودینامیک : ترمو + دینامیک ← ~~بوی ترما~~

ترما + دینام (قدرت) ← قدرت گرما و تبدیل آنها به هم

ترمودینامیک به تبدیل انواع انرژی (شامل کار و گرما) به هم و ارتباط بین خواص اجسام می‌پردازد.

فرق ترمو و حرارت ؟ در ترمودینامیک زمان مطرح نمی‌شود در روش انتقال حرارت مهم است.

تقسیم بندی ترمودینامیک از نظر دیدگاه:

- ترمودینامیک کلاسیک ← نگاه ماکروسکوپی
  - با رفتار کلی سر و کار دارد و در آن اثرات متوسط ذرات دیده می‌شود.
  - به رفتار مولکولی توجه نمی‌کند و نمی‌تواند رفتارهای مولکولی را پاسخ دهد.
- ترمودینامیک آماری ← نگاه به مواد از دیدگاه جزئی و مولکولی.
  - ← هدف محاسبه خواص ماکروسکوپی با استفاده از اطلاعات میکروسکوپی است.

قوانین ترمودینامیک:

- قانون صفرم ← مفهوم تعریف دما ← ساخت دماسنج ← شناخت داریم.
- قانون اول ← قانون بقای انرژی، تعریف انرژی (گرما و کار)
- قانون دوم ← تعریف انتروپی، تعیین جهت فرایندها و تعیین تغییرات انتروپی
- قانون سوم ← تعیین مقدار عددی انتروپی، عدم رسیدن به دمای صفر مطلق

(قانون اول و دوم: بحث ما در این درس)

ابعاد و واحد در ترمودینامیک

سه بعد اصلی طول و جرم و زمان (دما رو به عنوان بعد چهارم)

بعد	طول L	جرم M	زمان T
واحد در SI	متر m	کیلوگرم kg	ثانیه s
cgs	سانتی‌متر cm	گرم g	ثانیه s
انگلیسی	فوت ft	اسلاگ slug	ثانیه s

Scanned by CamScanner

اسلاگ جرمی است که با نیروی 1 lb دارای شتاب به اندازه $1 \frac{ft}{s^2}$ می‌شود.

واحد نیرو پوند نیرو lbf است و نیرویی است که بر جرم یک پوند شتاب $32.17 \frac{ft}{s^2}$ می‌دهد.

$1\ in = 2.54\ cm \qquad 1\ ft = 12\ in = 0.3048\ m$

$1\ dyne = 10^{-5}\ N \qquad 1\ ft\,lbf = 1.36\ J$

$1\ cal = 4.187\ J \qquad 1\ Btu = 1055\ J$

$1\ hp = 745\ W \qquad 1\ lbm = 454\ g$

$g = 9.81 \frac{m}{s^2} = 32.174 \frac{ft}{s^2}$ ؛ g ثابت شتاب استاندارد

مفهوم g_c ؟ g_c یک ثابت ابعادی است که مقدار آن به صورت زیر مشخص می‌شود.

$g_c = ?$

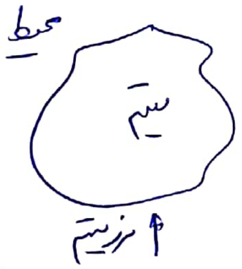
$1\ N = 1\ kg \cdot 1 \frac{m}{s^2} \rightarrow g_c = 1 \frac{N}{\frac{kg\,m}{s^2}}$

$1\ lbf = 1\ lbm \times 32.174 \frac{ft}{s^2} \rightarrow g_c = 32.174 \frac{\frac{lbm \cdot ft}{s^2}}{lbf}$

بالانس نیرو را می‌توان نوشت: $W = m \frac{g}{g_c}$ ← از نظر عددی مقدار lbf و lbm یکی می‌شود.

سیستم: هر آن چیزی که می‌خواهیم مطالعه کنیم. کمیتی از ماده یا ناحیه‌ای از فضا. ترکیب ماده داخل سیستم می‌تواند ثابت باشد یا در اثر واکنش‌های شیمیایی یا هسته‌ای تغییر کند. سیستم می‌تواند خلاء باشد. شکل سیستم می‌تواند ثابت یا متغیر باشد.

محیط: هر چیزی خارج از سیستم را به عنوان محیط در نظر می‌گیریم.



سیستم و محیط توسط یک سطح حقیقی یا مجازی که مرز نامیده می‌شود از هم جدا می‌شوند.

مرز سیستم می‌تواند ثابت یا متحرک باشد.

سیستم:

- باز ← حجم کنترل: سیستمی که در آن هم جرم و هم انرژی می‌توانند از مرزهای انتخاب شده عبور کنند. عموماً جریان جرم در سیستم باز برقرار است مثل توربین - پمپ - لوله و ...
- بسته ← جرم کنترل: در آن هیچ جرمی مرزهای سیستم را قطع نمی‌کند ولی انرژی از مرز سیستم عبور می‌کند. جرم سیستم بسته ثابت است.
- منزوی (ایزوله): سیستمی که در آن نه جرم و نه انرژی نمی‌توانند از مرزهای سیستم عبور کنند.

Scanned by CamScanner

نکته :

تفاوت سیستم بسته با سیستم باز این که در آن $m=cte$ است بدین صورت است که در سیستم بسته جرم به صورت میکروسکپی و ماکروسکپی ثابت است ولی در سیستم باز که $m=cte$ است جرم به صورت ماکروسکپی ثابت است جرم ورودی و خروجی از مرزها برابر بوده و جرم داخل حجم کنترل همواره ثابت است.

خواص ترمودینامیکی

خاصیت : هر یک از مشخصه های سیستم را خاصیت آن سیستم می نامیم. خواص ترمودینامیکی مشخصه هایی هستند که توسط آنها می توان وضعیت ترمودینامیکی را مشخص نمود.

خواص:
- گسترده، مقداری extensive وابسته به جرم سیستم هستند. (روی اجزا سیستم جمع پذیر هستند)
  مثل: جرم - حجم - آنتروپی - آنتالپی ...
- شدتی: متمرکز Intensive مستقل از جرم سیستم هستند (روی اجزا سیستم جمع پذیر نیستند)
  مثل: دما - فشار - کیفیت ...

عموما خواص مقداری را با حروف بزرگ نشان می دهند.

وقتی یک خاصیت مقداری Y از کل سیستم بر جرم (m) کل سیستم تقسیم می شود به خاصیت بدست آمده یک خاصیت مخصوص یا ویژه می گویند و آن را با y نشان می دهند. بنابراین $\frac{Y}{m}=y$ یک خاصیت شدتی است.

مثال : $v=\frac{V}{m}$ ⇒ حجم مخصوص = $\frac{\text{حجم}}{\text{جرم}}$

حالت و تعادل

حالت به وضعیت سیستم که با خواص توصیف شده اطلاق می شود.

طبق تجربه: حالت یک ماده ساده تراکم پذیر توسط دو خاصیت شدتی مستقل به طور کامل مشخص می شود. این خواص شدتی می توانند شامل دما، فشار، حجم مخصوص و ... باشند.

تعادل: هرگاه نیروی محرکه خاصی در سیستم وجود نداشته باشد، آن سیستم به تعادل رسیده است.

انواع تعادل: گرمایی، مکانیکی، فازی، شیمیایی است.

Scanned by CamScanner

تعادل:

- **گرمایی:** دمای درون سیستم از نظر مکانی و زمانی یکنواخت است.
- **مکانیکی:** تغییرات فشار با زمان و مکان در هر نقطه سیستم صفر است.
- **فازی:** انتقال خالص یک یا بیش از یک ماده شیمیایی از یک فاز به فاز دیگر صفر است.
- **شیمیایی:** ترکیب شیمیایی تغییر نکند (واکنش شیمیایی رخ ندهد یا سرعت واکنش رفت با سرعت واکنش برگشت برابر باشد)

توجه: اگر سیستمی توانایی تغییر خود به خودی و قابل مشاهده برای رسیدن به حالتی دیگر داشته باشد، بدون آنکه تغییر حالتی قابل مشاهده در محیط اطرافش به وجود آورد، آن سیستم در تعادل ترمودینامیکی است.
یعنی سیستم در حالت تعادل ترمودینامیکی را نمی‌توان دچار تغییر حالت قابل مشاهده ای کرد مگر آنکه تغییری در محیط اطراف بوجود آید.

فرایند:

تعریف: هرگونه تغییر از یک حالت به حالت دیگر را فرایند می‌گویند.

مسیر فرایند مجموعه حالاتی است که سیستم در ضمن آن فرایند از آنها عبور می‌کند.

یک فرایند شامل حالت اولیه و نهایی و مسیر فرایند (در صورت قابل توصیف بودن) و اثرات متقابلی را که در طی فرایند بین سطوح مرزی اتفاق می‌افتد شامل می‌گردد.

انواع فرایند:

- دما ثابت — Isothermal — دما ثابت است.
- فشار ثابت — Isobaric — فشار ثابت
- حجم ثابت — Isochoric — حجم ثابت است.
- بی دررو یا آدیاباتیک — Adiabatic — انتقال دما وجود ندارد ← اختلاف دمایی بین سیستم و محیط نیست تا انتقال حرارت صورت گیرد. ← سیستم به خوبی عایق بندی شده است.
- چرخه‌ای — Cyclic — حالت ابتدایی و انتهایی یکسان است.
- شبه تعادلی — Quasi-equilibrium — در این فرایند شبه تعادلی روند پیشروی به صورتی است که سیستم همواره بی نهایت به حالت تعادلی نزدیک است ← برای یک فرایند شبه تعادلی می‌توان مسیر ترمودینامیکی را در نمودار ترمودینامیکی که محورهای آن دما - فشار باشد نشان داد. اما برای فرایند غیر تعادلی ممکن نیست.

Scanned by CamScanner

نکته: هرگاه سیستم از یک حالت تعادل به حالت تعادل دیگری برود، بدون توجه به نوع فرایند انجام شده، تغییرات خواص سیستم همواره یکسان است و فقط تابع ابتدا و انتهای فرایند است.

توابع ترمودینامیکی ← **حالت یا نقطه‌ای**: کمیت‌هایی که فقط به حالت‌های ابتدایی و انتهایی مسیر فرایند بستگی دارند و مستقل از مسیر اند.

دما - فشار - انرژی درونی - آنتالپی - آنتروپی - انرژی گیبس - انرژی پتانسیل، C_p و C_v

انرژی گیبس مثال‌هایی از توابع حالت هستند. یعنی می‌توانیم بگوییم سیستم دارای فلان مقدار دما یا انرژی داخلی است.

اگر x تابع حالت باشد.

دیفرانسیل کامل (انتگرال کوچک)
انتگرال دیفرانسیل کامل (انتگرال بزرگ)

- به دلیل عدم وابستگی به مسیر، دارای دیفرانسیل کامل است.
- می‌توان آن را به صورت یک نقطه روی نمودار ترمودینامیکی نشان داد.
- جزو خواص سیستم به حساب می‌آید.
- می‌توان آن را به صورت تابعی از دما و فشار بیان نمود.
- تغییرات آن در دور فرایند سیکلی صفر است.

ضرب، مجموع یا تفاضل دو تابع حالت نیز یک تابع حالت است.

توابع مسیری

کمیت‌هایی که علاوه بر حالات ابتدایی و انتهایی، به مسیر طی شده در فرایند نیز بستگی دارند.

این کمیت‌ها به چگونگی ایجاد آن حالت بستگی دارند. کار انجام شده بر روی سیستم نمونه‌ای از این توابع است. نمی‌توان گفت سیستم دارای کمیتی به نام کار است یا کار آن فلان مقدار است.

گرما نیز تابع مسیر است و کار و گرما فقط در مرز بین سیستم و محیط قابل تشخیص هستند.

اگر y تابع مسیر باشد.

- δy یک دیفرانسیل ناقص است.
- تغییرات آن در فرایند سیکلی می‌تواند صفر یا غیر صفر باشد.
- مقدار آن را نمی‌توان به صورت یک نقطه روی نمودار ترمودینامیکی نشان داد.

دیفرانسیل ناقص ← مقدار کوچک
انتگرال دیفرانسیل ناقص ← مقدار بزرگ

$$\int \delta W \neq \Delta W$$

Scanned by CamScanner

اولاً ΔW نمی‌نویسیم چون کار تابع مسیر است و نمی‌توانیم بگوییم کار نهایی سیستم W_2 و کار اولیه W_1 است. یعنی کار به صورت $\Delta W = W_2 - W_1$ نیست.

ثانیاً چون W به مسیر انتخاب شده بستگی دارد باید مسیر انتگرال‌گیری هم مشخص شود. ناقص بودن دیفرانسیل به این دلیل است که برای تعیین انتگرال‌ها نیاز به مسیر است.

(برای تعیین انتگرال دیفرانسیل ناقص باید: ۱- حالت اولیه ۲- حالت نهایی ۳- مسیر فرایند مشخص شود)

$$\int_{1A}^{2A} \delta W = {}_1W_{2A}$$

مسیر: A

توابع مسیر برخلاف توابع حالت که همواره دارای مقدار هستند، تنها امکان ظهور در فرایند را دارند.

قانون صفرم ترمودینامیک

هرگاه جسم A با جسم C در حالت تعادل گرمایی باشد و جسم B نیز با جسم C در حالت تعادل گرمایی باشد، دو جسم A و B با یکدیگر در حال تعادل گرمایی هستند. از قانون صفرم ترمودینامیک در اندازه‌گیری دما با دماسنج استفاده می‌شود.

مقیاس‌های دما: سلسیوس $^\circ C$ - کلوین K فارنهایت $^\circ F$ - رانکین R

$T(^\circ F) = 1{,}8\,T^\circ C + 32$ $\quad T(R) = T(^\circ F) + 459{,}67 \quad T(R) = 1{,}8\,T(K)$

$T(K) = T(^\circ C) + 273{,}15 \quad \Delta T(K) = \Delta T(^\circ C) = 1{,}8\,\Delta T(R) = 1{,}8\,\Delta T(^\circ F)$

انرژی: توانایی انجام کار

- در حال گذر: از یک سیستم به سیستم دیگر منتقل می‌شود، کار و گرما ← خاصیت مسیر
- قابل ذخیره: قابلیت ذخیره شدن در سیستم را دارد مثل: جنبشی، پتانسیل، داخلی ← خاصیت مقداری

U

$K_E = \frac{1}{2} m V^2$

$P_E = mgz$

انرژی داخلی: مجموع تمام شکل‌های میکروسکوپی انرژی را انرژی داخلی گوییم U

انرژی داخلی شامل تمام انرژی‌های ارتعاشی، برهم‌کنش بین مولکول‌ها، سه مقطعی ... است. و تنها تغییرات آن قابل اندازه‌گیری است.

انرژی کل $e = u + \frac{1}{2} V^2 + gz$

خواص:
- محیطی: کمیتی که مقدار آن مستقل از طبیعت داخلی سیستم است.
- ذاتی: بستگی به ماده تشکیل‌دهنده سیستم دارد.

Scanned by CamScanner

ترمودینامیک ۱ - خواص مواد خالص

فاز: هر بخش همگنی از یک سیستم که به طور فیزیکی قابل تشخیص است و می‌توان آن را توسط مرزهای مشخص از سایر قسمت‌های سیستم جدا کرد.

وقتی گفته می‌شود ماده در فاز به خصوصی قرار دارد و منظور این است که ماده دارای ساختار مولکولی خاصی است یا ماده در آن فاز همگن است.

هر ماده می‌تواند حداقل در سه فاز وجود داشته باشد: جامد، مایع، گاز. برخی مواد تعداد فازهای بیشتری می‌توانند داشته باشند.

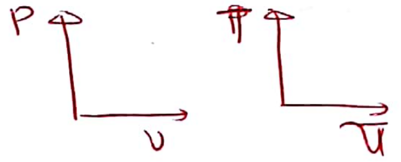
ماده خالص: ماده‌ای که کل آن ترکیب شیمیایی ثابتی دارد.

ماده خالص می‌تواند در بیش از یک فاز باشد اما ترکیب شیمیایی آن در تمام فازها یکسان است.

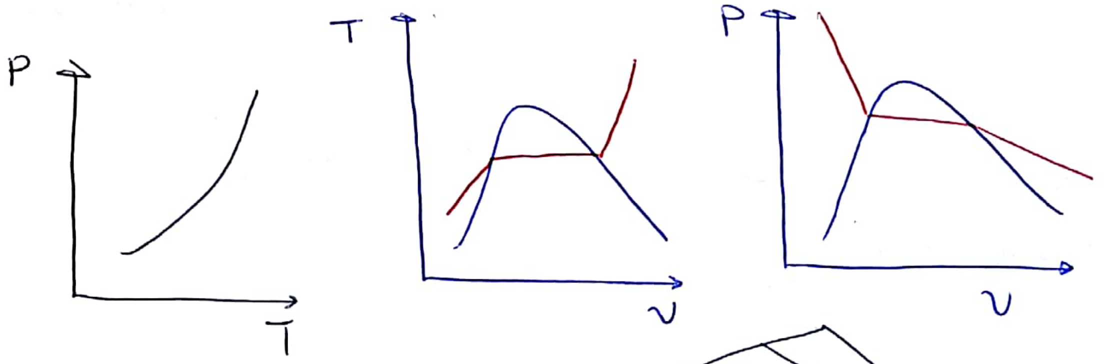
مخلوط یکنواخت گازها را می‌توان به عنوان یک ماده خالص در نظر گرفت به شرط آنکه گاز باقی بمانند و واکنش شیمیایی ندهند.

هرگاه مخلوط گازها به اندازه‌ای سرد شود که چند جزء از آن به صورت فاز مایع باشد دیگر ماده خالص نیست.

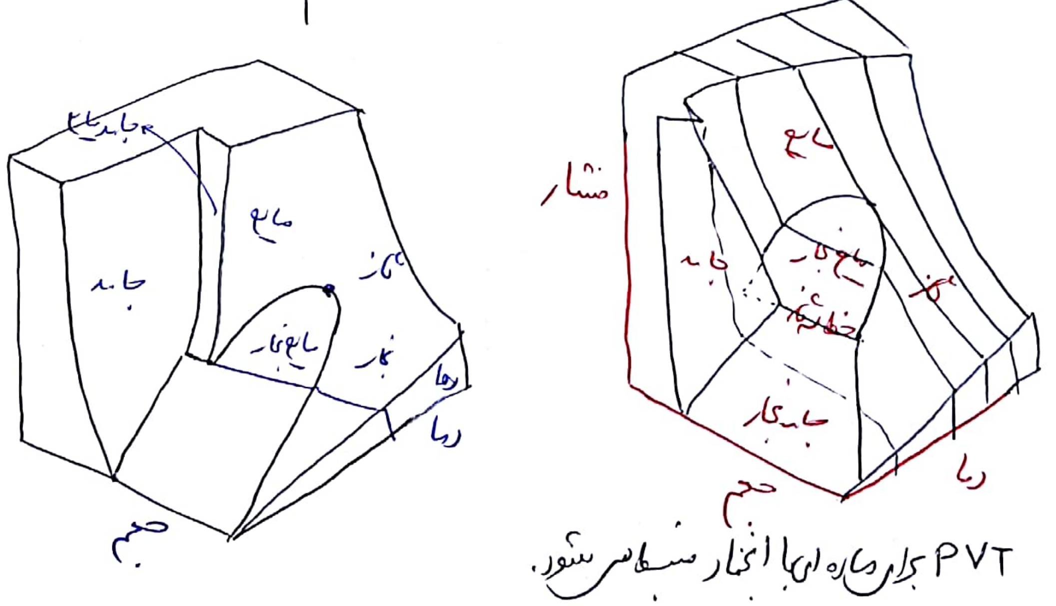
مدل‌های PVT: آزمایش مخصوص برای مدل



دوبعدی



سه‌بعدی (به لکچر مراجعه شود)



PVT برای ماده‌ای با انجماد منبسط شود.

Scanned by CamScanner

اکثر مواد هنگام انجماد منقبض می‌شوند ولی آب یک ماده غیرعادی است که هنگام انجماد منبسط می‌شود. بنابراین حجم مخصوص آن در فاز جامد بزرگتر از فاز مایع است. در نمودار صفحه شکل هر دو حالت نشان داده شده است.

لازم به ذکر است که کلیه خواص دیگر آب به جز حجم مخصوص آن طی انجماد کاهش می‌یابند.

فرایندهای تغییر فاز

مواد می‌توانند تغییر فاز دهند. فرایند تبدیل جامد به مایع را ذوب، فرایند تبدیل مایع به بخار را تبخیر و فرایند تبدیل مستقیم جامد به بخار را تصعید می‌نامیم. عکس فرایند ذوب را انجماد و عکس فرایند تبخیر را چگالش گویند.

تغییر فاز یک ماده ساده در فشار معین، در دمای مشخص انجام می‌شود. به عنوان مثال، ذوب شدن یخ در فشار 1atm در 0°C و جوشیدن آن در همان فشار در دمای 100°C انجام می‌شود. از زمانی که مایع شروع به جوشیدن می‌کند تا زمانی که آخرین ذره مایع به بخار تبدیل می‌شود دما ثابت است.

در هر یک از فرایندهای تغییر فاز، مقداری انرژی جذب شده یا آزاد می‌شود به این انرژی گرمای نهان گویند.

گرمای نهان:
- گرمای نهان ذوب: مقدار انرژی که طی فرایند ذوب، جذب شود و معادل با انرژی انجماد است h_{sf}
- گرمای نهان تبخیر: انرژی فرایند تبخیر یا چگالش h_{fg}
- گرمای نهان تصعید: انرژی فرایند تصعید h_{sg}

برای آب در فشار 1atm:

$$h_{fg} = 2257{,}1 \ \frac{kJ}{kg}$$

$$h_{sf} = 333{,}7 \ \frac{kJ}{kg}$$

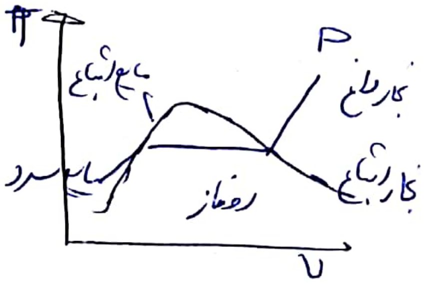
مفهوم مایع - بخار اشباع

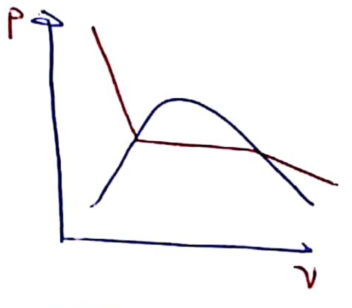
دمای اشباع: دمایی که یک ماده خالص در آن دما و در یک فشار معین تغییر فاز می‌دهد.

فشار اشباع: فشاری که یک ماده خالص در آن فشار و در یک دمای معین تغییر فاز می‌دهد.

با افزایش فشار اشباع، دمای اشباع افزایش یافته و بنابراین مادهٔ موجود در فشارهای بالاتر، در دماهای بالاتر می‌جوشد.

بخار داغ
$$\begin{cases} P = P_s^{sat} \ \text{و} \ T > T_{sat} \\ \text{یا} \\ T = T_{sat} \ \text{و} \ P < P^{sat} \end{cases}$$





بخار داغ (بخار سوپرهیت) ← در فشار اشباع ماده در دمای بالاتر از دمای اشباع باشد. $P=P^{sat} , T>T^{sat}$

← در دمای اشباع: ماده در فشاری کمتر از فشار اشباع باشد. $T=T^{sat} , P<P^{sat}$

مایع سرد ← در فشار معین در دمای کمتر از دمای اشباع باشد. $P=P^{sat} , T<T^{sat}$

← در دمای معین در فشاری بالاتر از فشار اشباع باشد. $T=T^{sat} , P>P^{sat}$

نقطه بحرانی: در نمودار PVT نقطه‌ای است که خطوط مایع و بخار اشباع به هم می‌رسند ← نقطه بحرانی

نقطه بحرانی یک نقطه عطف است و مماس بر منحنی در این نقطه دارای شیب صفر است.

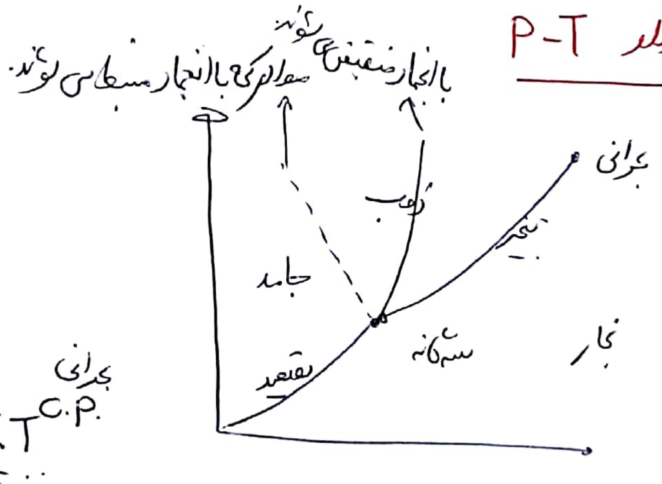
در دما و فشارهای فوق بحرانی فاز مایع و بخار یکی می‌شوند.

با افزایش دما، گرمای نهان h_{fg} کاهش می‌یابد و در نقطه بحرانی صفر می‌شود.

نقطه سه‌گانه: شرایطی که هر سه فاز ماده خالص با هم در حال تعادل‌اند. این نقطه برای هر ماده نقطه مشخص و ثابتی است.

water: Tp (Triple point): 0.01 °C , 0.6113 kPa

نمودار P-T



تصویر PVT روی صفحه PT

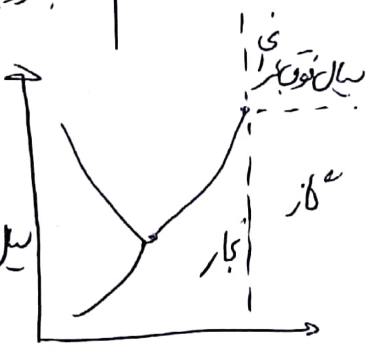
در نمودار PT در روی مرزهای فازها هر نقطه بیانگر یک حالت ترمودینامیکی است.

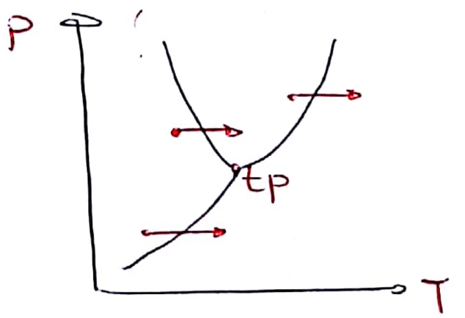
$T<T^{c.p.}$ (بحرانی) روی منحنی تبخیر:

- $P<P^{sat}$ بیشتر تمایل دارد فاز بخار
- $P>P^{sat}$ " " " مایع
- $P=P^{sat}$ بخار و مایع در حال تعادل

$T>T_c , P<P_c$ گاز

$T>T_c , P>P_c$ سیال فوق بحرانی



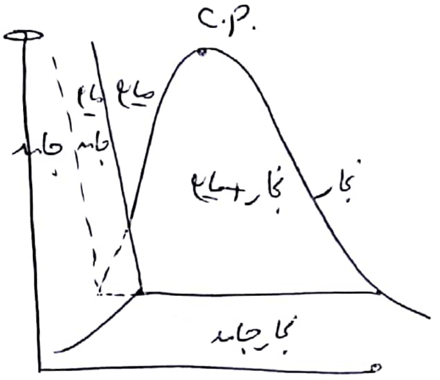


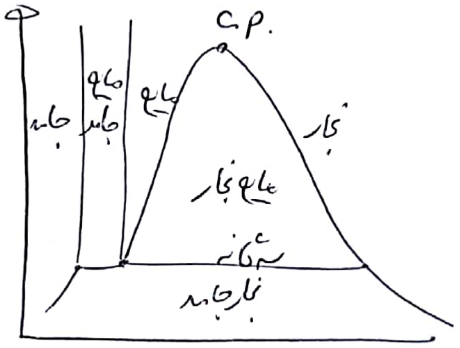
Scanned by CamScanner

← فرق گاز و بخار را با نمودار شکل قبل بیان کنید.

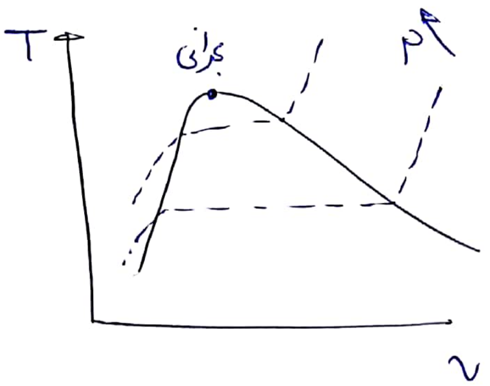
نمودار فشار - حجم مخصوص PV

منقبض شونده

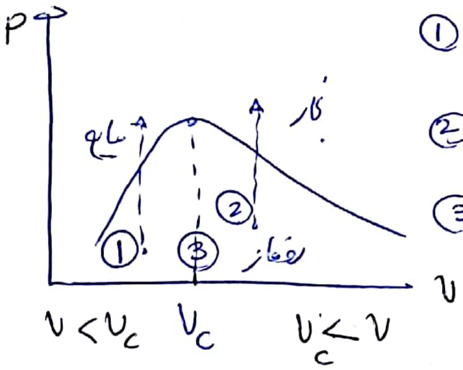




نمودار دما - حجم مخصوص T - V



نکته:



① $v < v_c \Rightarrow T\uparrow \; P\uparrow \; x\downarrow$ مخلوط مایع می‌شود

② $v > v_c \quad T\uparrow \; P\uparrow \; x\uparrow$ مخلوط بخار می‌شود

③ $v = v_c \quad T\uparrow \; P\uparrow \; x = cte$ فوق بحرانی

مخلوط بخار + مایع اشباع

در حالتی که مخلوط اشباع داشته باشیم، دما و فشار خواص مستقل از هم نیستند. برای تعیین خواص ماده در این ناحیه باید نسبت مایع و بخار در مخلوط مشخص باشد.

کیفیت عبارت است از نسبت جرم بخار به جرم کل مخلوط

کیفیت $x = \frac{m_g}{m_t} = \frac{m_g}{m_f + m_g}$

کیفیت تنها در حالت اشباع دما و فشار معنی دارد.

Scanned by CamScanner

$x = 0 \rightarrow$ مایع اشباع $0 < x < 1$

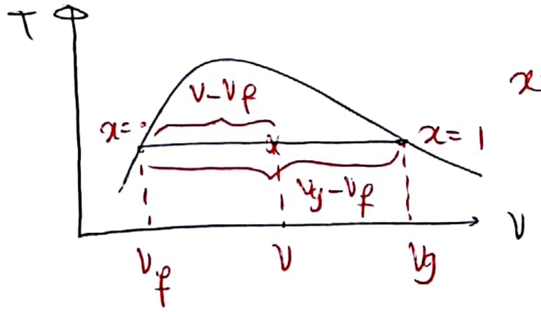
$x = 1 \rightarrow$ بخار اشباع

نکته: بخار اشباع و مایع اشباع دارای درجه آزادی ۱ هستند و مخلوط مایع و بخار اشباع در تعادل باهم دارای درجه آزادی 12 است.

هرگاه z خاصیت مخلوط اشباع (به جز دما و فشار) بوده و z_f و z_g به ترتیب نشان دهنده آن خاصیت در حالت مایع اشباع و بخار اشباع باشند.

$$z = x z_g + (1-x) z_f$$

$$z = z_f + x z_{fg} \quad \text{یا} \quad x = \frac{z - z_f}{z_{fg}} \quad , \quad z_{fg} = z_g - z_f$$



$$x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f}$$

مثال: مخزن صلب بسته حاوی مخلوط آب و بخار آب در حالت تعادل در $200°C$ قرار دارد. اگر جرم فاز بخار در مخزن 1kg و 20% مخلوط را (وزنی) بخار تشکیل دهد، حجم مخلوط را محاسبه کنید. $v_f = 0.0015 \frac{m^3}{kg}$ و $v_g = 0.02 \frac{m^3}{kg}$

$$v = x v_g + (1-x) v_f = 0.2 \times 0.02 + (1 - 0.2) \times 0.0015 = 0.0052 \frac{m^3}{kg}$$

$$m_g = x m_t \Rightarrow m_t = \frac{m_g}{x} = \frac{1}{0.2} = 0.5$$

$$V_t = m_t v = 5 \times 0.0052 = 26 \times 10^{-3} m^3 = 26 \text{ Litr}$$

بخار داغ: در نمودار Pv و Tv در ناحیه بخار داغ، دما و فشار به هم وابسته نبوده و می‌توان از آن‌ها به عنوان دو خاصیت مستقل از هم، برای تعیین بقیه خواص استفاده نمود (درجه آزادی ۲ است). همچنین اختلاف خواص نسبت به بخار اشباع خیلی زیاد است و خواص تابع قوی از دما و فشار هستند.

در دمای مشخص T : $P < P^{sat}$

در فشار مشخص P : $T > T^{sat}$

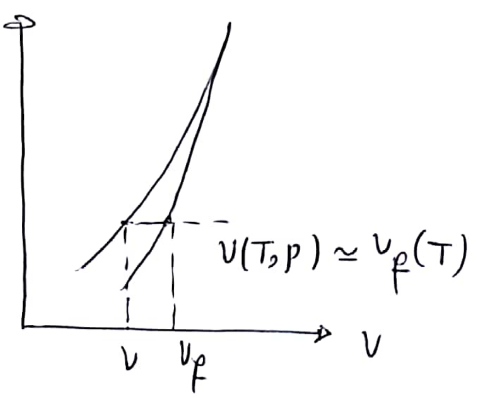
} فوق داغ

Scanned by CamScanner

مایع متراکم

در نمودارهای P-v و T-v در سمت چپ مایع متراکم است. دو درجه آزادی دارد.

مایع متراکم
- در دمای مشخص T: $P > P^{sat}$
- در فشار مشخص P: $T < T^{sat}$



داده های مربوط به مایع متراکم را می توان در اکثر مواقع با دقت خوبی با مقادیر آن خاصیت در حالت مایع اشباع و در دمای داده شده تقریب زد.

خواص مایع متراکم بیشتر وابسته به دما هستند تا فشار

$v \simeq v_f \;,\; h \simeq h_f \;...$

جداول بخار

۱- جدول بخار - مایع اشباع (ستون اول دما یا ستون اول فشار)

۲- جدول بخار فوق داغ

۳- جدول مایع متراکم

نحوه تشخیص حالت ماده ← P و T معلوم: ابتدا به جدول اشباع مراجعه می کنیم و در $T=T^{sat}$، P^{sat} را می خوانیم.

- $P > P^{sat}$ مایع متراکم
- $P < P^{sat}$ بخار داغ
- $P = P^{sat}$ مخلوط بخار - مایع اشباع

← آیا P یا T به همراه یک خاصیت دیگر

ابتدا به جدول اشباع مراجعه کرده $T=T^{sat}$ یا $P=P^{sat}$ مقدار خاصیت دیگر را می خوانیم

مثلاً:

$T = T^{sat}$
- $u < u_f$ مایع متراکم
- $u > u_g$ بخار فوق داغ
- $u_f < u < u_g$ مخلوط بخار مایع اشباع

Scanned by CamScanner

مثالهای بیشتر برای جدول خوانی

مثال: تغییرات حجمی را برای یک کیلوگرم آب اشباع وقتی بطور کامل در فشار الف- 1kPa ب- 100kPa ج- 10000kPa تبخیر شود را بدست آورید

جدول بخار اشباع

(الف) $1\,kPa: \; v_{fg} = v_g - v_f = 129{,}2 - 0{,}001 = 129{,}2 \; \frac{m^3}{kg}$

(ب) $100\,kPa = 0{,}1\,MPa \quad v_{fg} = 1{,}694 - 0{,}001 = 1{,}693 \; \frac{m^3}{kg}$

(ج) $10000\,kPa = 10\,MPa \quad v_{fg} = 0{,}01803 - 0{,}00145 = 0{,}01658 \; \frac{m^3}{kg}$

مثال: 4 کیلوگرم آب در یک حجم بسته $1\,m^3$ فضا اشغال می‌کند. گرم می‌شود تا دمای آن به $150°C$ برسد الف- فشار ب- میزان بخار ج- حجم بخار را محاسبه کنید.

جدول اشباع $@150°C \quad v = 0{,}3928 \; \frac{m^3}{kg}$

$V = m v = 0{,}3928 \times 4 = 1{,}5712\,m^3 \longrightarrow$ دوفازی است

الف - $P = 475{,}8\,kPa$

ب - $v = \frac{1}{4} \frac{m^3}{kg} = 0{,}25 = 0{,}00109 + x(0{,}3928 - 0{,}00109) \longrightarrow x = 0{,}6354$

$m_g = m x = 4 \times 0{,}6354 = 2{,}542\,kg$

ج - $V_g = v_g m_g = 0{,}3928 \times 2{,}524 = 0{,}9985\,m^3$

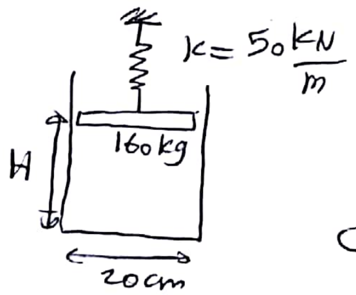
مثال: 4 کیلوگرم آب در فشار $220\,kPa$ گرم می‌شود و مقدار $x = 0{,}8$ را ایجاد می‌کند. حجم نهایی که بوسیله مخلوط اشغال شده را مشخص کنید.

$$v_g = \left(\frac{220 - 200}{300 - 200}\right)(0{,}6058 - 0{,}8857) + 0{,}8857 = 0{,}8297 \;,\quad v_f = 0{,}0011$$

$$v = v_f + x(v_g - v_f) = 0{,}0011 + 0{,}8(0{,}8297 - 0{,}0011) = 0{,}664$$

$$V = m v = 4 \times 0{,}664 = 2{,}656\,m^3$$

مثال: $0{,}01\,kg$ بخار با کیفیت $0{,}9$ در شکل مقابل نشان داده شده، قرار دارد. فنر فقط با بالای پیستون تماس دارد. به مجموعه گرما می‌دهیم تا فنر $15{,}7\,cm$ فشرده شود. دمای نهایی را محاسبه کنید. فشار اولیه فنر بخاطر اتمسفر و وزن پیستون است.



$$P_1 = P_{atm} + \frac{W}{A} = 100000 + \frac{160 \times 9{,}81}{\pi \times \frac{0{,}2^2}{4}} = 150000\,Pa \cong 0{,}15\,MPa$$

جدول $\longrightarrow v_1 = 1{,}048 \; \frac{m^3}{kg}$

Scanned by CamScanner

حجم اولیه محصور شده سیلندر $V_1 = v_1 m = 1{,}048 \times 0{,}01 = 0{,}01048 \ m^3$

$$V_1 = \frac{\pi d^2}{4} H = 0{,}01048 = \frac{\pi \times 0{,}2^2}{4} H \longrightarrow H = 0{,}334 \ m$$

$$v_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{0{,}01543}{0{,}01} = 1{,}543 \ \frac{m^3}{kg}$$

$$P_2 = P_1 + \frac{kx}{\pi d^2/4} = 150000 + \frac{50000 \times 0{,}157}{\frac{\pi \times 0{,}2^2}{4}} = 400000 \ Pa \text{ یا } 0{,}4 \ MPa$$

جدول $\Rightarrow$ $T_2 = 1064^\circ C$

اگر جدول جواب نمی‌داد ← از گاز ایده‌آل $T_2 = \frac{P_2 v_2}{R} = \frac{400 \times 1{,}543}{0{,}4615} = 1337 \ K \rightarrow 1064^\circ C$

Scanned by CamScanner

گاز ایده‌آل

در ترمودینامیک روابطی که متغیرهای فشار، دما، حجم مخصوص را به همدیگر ارتباط می‌دهد از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند.

معادله گاز ایده‌آل می‌تواند رفتار PVT بسیاری از گازها در فشارهای پایین و دماهای معمولی و متوسط را توصیف کند.

این معادله ساده‌ترین رابطه بین فشار، حجم مخصوص و دما (معادله حالت) است که با دو فرض زیر ارائه می‌شود.

- حجم مولکول‌های گاز در مقابل حجم ظرف حاوی گاز و فاصله بین مولکول‌ها، قابل صرف‌نظر است.
- هیچگونه نیروی جاذبه و یا دافعه‌ای بین خود مولکول‌ها و بین مولکول‌ها با دیواره ظرف حاوی گاز وجود ندارد.

کلیه گازها در دماهای بالا و فشارهای پایین (نسبت به فشار بحرانی خود) رفتار ایده‌آل را نشان می‌دهند. همانطور که در دمای ثابت، فشار کاهش می‌یابد چگالی هم کاهش می‌یابد. و در فشارهای پایین از نیروی بین ذرات می‌توان صرف‌نظر کرد، چون ذرات نسبت به هم فواصل زیادی دارند.

$$PV = n\bar{R}T$$

P: فشار — n: تعداد مول

T: دما — $\bar{R}$: ثابت جهانی گاز

V: حجم

قانون بویل: $T = cte \rightarrow PV = cte \Rightarrow P \propto \frac{1}{V}$

قانون چارلز:

$$P = cte \Rightarrow \frac{V}{T} = cte \Rightarrow V \propto T$$

$$V = cte \Rightarrow \frac{P}{T} = cte \Rightarrow P \propto T$$

قانون آووگادرو: $P, T = cte \rightarrow \frac{V}{n} = cte \Rightarrow V \propto n$

$$\bar{R} = 8{,}314 \ \frac{J}{mol\,K} = 1{,}9872 \ \frac{kal}{mol.K}$$

$$PV = mRT \ , \ R = \frac{\bar{R}}{M}$$

$\bar{R}$: ثابت جهانی

R: ثابت مخصوص هر گاز

M: جرم مولکولی گاز

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{P}{RT}$$

Scanned by CamScanner

مثال: چرخ اتومبیل با حجم $0.6\,m^3$ با فشار $200\,kPa$ از باد پر می‌شود. جرم هوا در لاستیک‌ها در دمای $20^\circ C$ چقدر است؟

$PV = mRT$ دما و فشار مطلق اند.

$P = 200 + 100 = 300\,kPa$

$T = 20 + 273 = 293\,K$

$$m = \frac{PV}{RT} = \frac{300000 \times 0.6}{287 \times 293} = 2.14\,kg$$

نکته: $m(kg) = \dfrac{P\left(\frac{N}{m^2}\right) \times V(m^3)}{R\left(\frac{N.m}{kg.K}\right) \cdot T(K)} = [kg]$

Scanned by CamScanner

معادلات حالت برای گازهای غیر کامل

- ضریب تراکم پذیری
- معادله واندروالس
- معادله ردلیش کوانگ
- معادله ویریال

ضریب تراکم پذیری

$$Z = \frac{Pv}{RT} \rightarrow Pv = ZRT \rightarrow Z = \frac{v_{\text{حقیقی}}}{v_{\text{ایده‌ال}}}$$

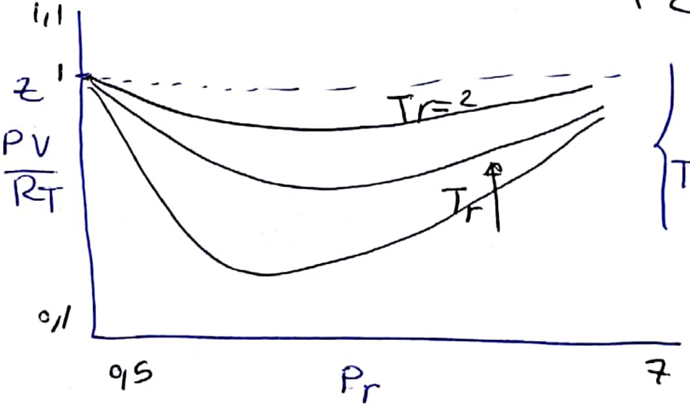
$Z = 1$ گاز ایده‌ال

$$v_{\text{ایده‌ال}} = \frac{RT}{P}$$

$$Z \begin{cases} >1 \\ =1 \\ <1 \end{cases}$$

$P_R = \frac{P}{P_{cr}}$ فشار کاهیده

$T_R = \frac{T}{T_{cr}}$ دمای کاهیده



$P_R \ll 1 \Rightarrow$ ایده‌ال

$T_R > 2 \rightarrow$ ایده‌ال

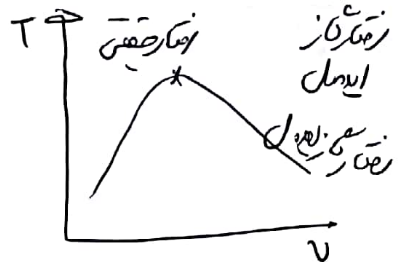
~~$P_R \gg 1$~~

$$v_R = \frac{v_{\text{حقیقی}}}{\frac{RT_{\text{بحرانی}}}{P_{\text{بحرانی}}}} = \frac{v_{real}}{\frac{RT_{cr}}{P_{cr}}}$$

حجم مخصوص شبه کاهیده

ex: مطلوبست حجم مخصوص R134a در 1 MPa و 50°C با استفاده از

الف – معادله حالت گاز ایده‌ال ب – نمودار کلی تراکم پذیری. مقادیر بدست آمده با مقدار $0.02171\ \frac{m^3}{kg}$ (واقعی) مقایسه کنید.



جدول برای R134a:

$R = 0.0815\ \frac{kPa \cdot m^3}{kg \cdot K}$

$P_{cr} = 4.067\ MPa$

$T_{cr} = 374.3\ K$

الف – گاز ایده‌ال باشد:

$$v = \frac{RT}{P} = \frac{0.0815 \times 323}{1000\ kPa} = 0.02632\ \frac{m^3}{kg}$$

درصد خطا؟

$$\frac{0.02632 - 0.02171}{0.02171} = 0.212$$

یا 21.2 درصد.

ب – نمودار تراکم پذیری

$$P_R = \frac{P}{P_{cr}} = \frac{1\ MPa}{4.067\ MPa} = 0.246$$

$$T_R = \frac{T}{T_{cr}} = \frac{323\ K}{374.3\ K} = 0.863$$

$\xrightarrow{\text{نمودار}} Z = 0.84 \rightarrow v = Z\, v_{\text{ایده‌ال}} = 0.84 \times 0.02632 = 0.02211\ \frac{m^3}{kg}$

خطا کمتر از 2 درصد است.

Scanned by CamScanner

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \quad \text{یا} \quad \left(P - \frac{a}{v^2}\right)(v-b) = RT$$

معادله واندروالس

$\frac{a}{v^2}$ ← اثر کشش بین مولکولی

b ← حجم مولکول‌های گاز

$$a = \frac{27 R^2 T_{cr}^2}{64\, P_{cr}} \quad , \quad b = \frac{R T_{cr}}{8\, P_{cr}}$$

ثوابت برای گازهای مختلف موجودند.

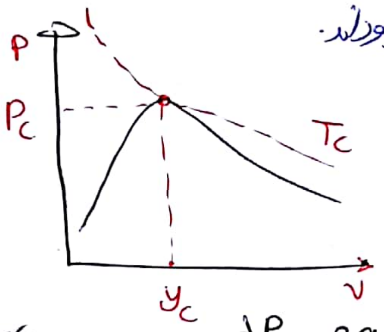
① $\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_{T=T_{cr}} = 0$

② $\left(\frac{\partial^2 P}{\partial v^2}\right)_{T=T_{cr}} = 0$

از ① و ② ← b و a

③ خود معادله واندروالس ← $z_{cr} = \frac{3}{8}$

④ جهت تقعر $\left(\frac{\partial^3 P}{\partial v^3}\right)_{T=T_{cr}} < 0$



دیفرانسیل گیری →

$$\left(\frac{dP}{dv} - \frac{2a}{v^3}\right)(v-b) + \left(P + \frac{a}{v^2}\right)(1) = 0$$

$$\left(\frac{d^2P}{dv^2} + \frac{6a}{v^4}\right)(v-b) + 2\left(\frac{dP}{dv} - \frac{2a}{v^3}\right) = 0$$

مقادیر در حالت نقطه بحرانی →

$$P_c = \frac{a}{v_c^2} - \frac{2ab}{v_c^3}$$

$$v_c = 3b$$

$$\Rightarrow P_c = \frac{a}{27b^2} \quad , \quad T_c = \frac{1}{R}\left(P_c + \frac{a}{v_c^2}\right)(v_c - b) = \frac{8a}{27bR}$$

دیفرانسیل سوم

$$\left(\frac{d^3P}{dv^3} - \frac{24a}{v^5}\right)(v-b) + 3\left(\frac{d^2P}{dv^2} + \frac{6a}{v^4}\right) = 0 \longrightarrow \frac{d^3P}{dv^3} = -\frac{a}{81b^5} < 0$$

$$z_c = \frac{P_c v_c}{RT_c} = \frac{a/27b^2 \times 3b}{R\,\frac{8a}{27bR}} = \frac{3}{8} = 0{,}375$$

معادله ردلیش کوانگ

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v(v+b)\sqrt{T}}$$

معادله ویریال

$$P = \frac{RT}{v} + \frac{B(T)}{v^2} + \frac{C(T)}{v^3} + \dots$$

Scanned by CamScanner

ترمودینامیک ۱ - کار، گرما و مفاهیم مربوطه

کار ← در ترمودینامیک از کار در حالت کلی به عنوان نوعی انرژی بحث می‌شود.

برخی از انواع کار عبارتند از: کار انبساط و تراکم (پیستون سیلندر)، کار الکتریکی و مغناطیسی (موتور الکتریکی)، کار شیمیایی (واکنش بنزین و هوا در موتور خودرو)، کار سطحی (ساختن یک اسلولیسول شکل ...)، کار کشسانی (کشیدن فنر).

کار مکانیکی که سیستم انجام می‌دهد، بر محیط می‌تواند به شکل جابجا شدن یک وزنه ظاهر گردد.

برای حالت کلی کار حاصلضرب نیرو در جابجایی تعریف می‌شود.

$$W=\int_1^2 F_{ext}\,dx$$

F_{ext} نیروی خارجی که بر روی جسم اعمال می‌شود.

x فاصله‌ای که جسم طی می‌کند.

قرارداد: کار انجام شده توسط سیستم با علامت مثبت و کار انجام شده بر روی سیستم با علامت منفی در نظر گرفته می‌شود.

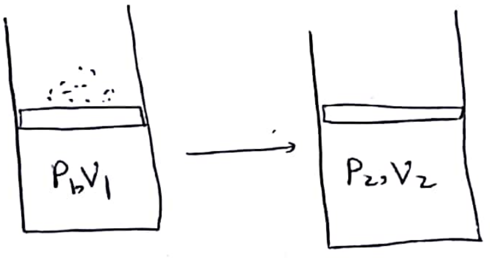
ex: جسمی استوانه‌ای شکل و بی‌وزن به ارتفاع $10\ cm$ از ظرف مقطع $A=50\ cm^2$ بر روی یک سطح بسیار وسیع از آب با دانسیته $\rho=1000\ \frac{kg}{m^3}$ به عمق $1\ m$ شناور است. حداقل مقدار کار لازم برای رساندن این جسم به عمق آب چند ژول است؟

$g=10\frac{m}{s^2}$

$$F=f_b=\gamma V=\rho g A x=1000\times10\times50\times10^{-4}x=50x$$

$$W=\int_0^1 F\,dx=\int_0^1 50x\,dx=25x^2\Big|_0^1=25\ J$$

کار انبساط و تراکم



سیلندر و پیستونی را در نظر بگیرید. هرگاه A مساحت پیستون و P_{ext} فشار خارجی باشد، نیروی وارد بر سطح خارجی پیستون برابر $F_{ext}=P_{ext}A$ است. اگر پیستون به اندازه dz در برابر فشار خارجی P_{ext} منبسط شود

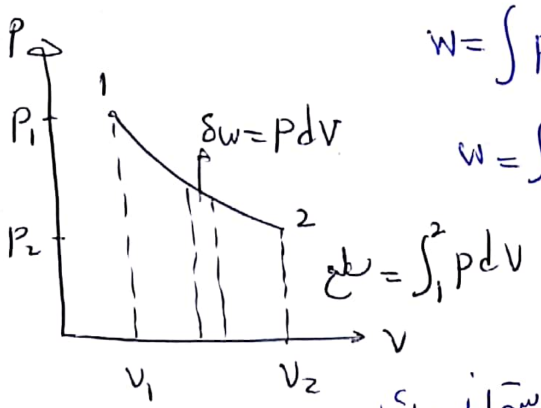
$$\delta w=P_{ext}A\,dz$$

$$\Rightarrow W=\int_{V_1}^{V_2} P_{ext}\,dV$$

در مثال مسئله روی پیستون برای اینکه انبساط برگشت‌پذیر باشد باید در هر مرحله از انبساط P_{ext} با P برابر باشد به طوری که نیروی به سمت پایین وزنه‌ها با نیروی به سمت بالای هر مرحله فشار هوا برابر باشد.

$$W=\int_{V_1}^{V_2} p\,dV$$ در فرآیند برگشت‌پذیر

Scanned by CamScanner



$W = \int P_{ext}\, dV$ کلیه فرایندها

$W = \int P\, dV$ فقط شبه تعادلی $\Rightarrow w = \int_{v_1}^{v_2} p\, dv$

(w: $\frac{kJ}{kg}$ ، v: حجم مخصوص)

فرایند:

انبساط: $V_2 > V_1 : dV > 0 \leftarrow W > 0$ کار توسط سیستم انجام می‌شود.

تراکم: $V_2 < V_1 : dV < 0 \leftarrow W < 0$ کار بر روی سیستم انجام می‌شود.

نکته: برای تعیین W بایستی تابعیت P نسبت به V مشخص شود. یعنی $P = f(V)$ یا نمودار P-V معلوم باشد.

کار الکتریکی

کار الکتریکی $W_{elec} = VI\Delta t = \frac{V^2}{R}\Delta t = RI^2\Delta t$

توان الکتریکی $\dot{W}_{elec} = VI = \frac{V^2}{R} = RI^2$

V اختلاف پتانسیل (ولت)

I شدت جریان الکتریکی (آمپر)

R مقاومت الکتریکی (اهم)

مثال: در طول شارژ یک باتری جریان 20 A و ولتاژ 12 V است. نرخ (شدت) کار داده شده به باتری چقدر است؟

$\dot{W} = VI = 12 \times 20 = 240 \frac{J}{s}$

کار محوری

$W_{shaft} = \tau \overset{\omega}{\theta} = 2\pi n \tau$

$\tau = Fr$ گشتاور اعمال شده ، r شعاع

ω سرعت دورانی یا زاویه‌ای $\left(\frac{rad}{s}\right)$

n یا $\dot{n}$

کار فنر

$W = \int F\, dx = \int_1^2 kx\, dx = \frac{k}{2}(x_2^2 - x_1^2)$

کار گرانشی

$W_{grav} = mg(z_2 - z_1)$

Scanned by CamScanner

گرما: گرما شکلی از انرژی است که بین دو سیستم یا بین سیستم و محیط آن به دلیل اختلاف دما منتقل می‌شود.

هرگاه گرما به سیستم منتقل شود. $Q>0$

هرگاه گرما از سیستم گرفته شود. $Q<0$

بین کار و گرما مشترکات فراوانی وجود دارد.

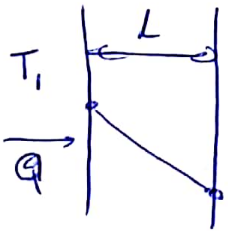
- هر دو پدیده‌های گذرای ترمودینامیکی هستند، یعنی هیچ کدام از آنها در سیستم صحبت نمی‌شود، مگر اینکه هر یک از آنها به تنهایی یا توأماً در طول فرایند از مرز آن عبور کنند.
- هر دو نوعی انرژی هستند که در هنگام عبور از مرز سیستم مورد توجه قرار می‌گیرند و تنها مکانیسم‌هایی هستند که انرژی به وسیله آنها می‌تواند از مرز یک سیستم بسته منتقل شود.
- هر دو تابعی از مسیر فرایند انجام شده در سیستم هستند.

روش‌های انتقال گرما (صرفاً جهت اطلاع):

هدایت Conduction

$$Q = KA\frac{\Delta T}{L}$$

K رسانایی گرمایی (← جنس ماده) $\frac{W}{mK}$ ، $\frac{Btu}{sec.ft.°R}$



$\Delta T = T_1 - T_2$ $R = \frac{L}{K}$

A: سطح دیوار

جابجایی Convection

$$Q = h A (T_s - T_\infty)$$

h_c ضریب انتقال حرارت جابجایی $\frac{W}{m^2 k}$ ، $\frac{Btu}{sec.ft^2.R}$

تابع: حرکت سیال، هندسه دیوار

تابشی

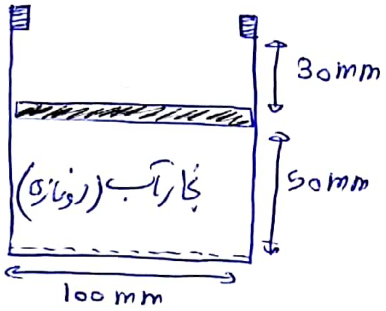
$$Q = \varepsilon \sigma A (T^4 - T_\infty^4)$$

ثابت استفان بولتزمن: $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2.k^4}$ ، $0 < \varepsilon < 1$ ضریب نشر (1 ← جسم سیاه)

Scanned by CamScanner

مثال: چهار کیلوگرم آب اشباع در فشار ثابت 600 kpa است. به سیستم حرارت می‌دهیم تا دمای آن به 600°C برسد. کار انجام شده توسط آب را تعیین کنید.

$$W=\int p\,dV = p(V_2-V_1) = m\,p(v_2-v_1)$$
$$=4\times600\times(0{,}6697-0{,}0011)=1605\ kJ$$



مثال: پیستون بدون اصطکاک (نشان داده شده است) دارای جرم 16 kg است. گرما داده می‌شود تا دما به 400°C برسد. اگر کیفیت اولیه 20% باشد.

(الف) فشار اولیه (ب) جرم آب (ج) زمانی که پیستون به روی نگهدارنده‌ها ضربه می‌زند کیفیت را مشخص کنید. (د) فشار نهایی (ه) کار انجام شده بر روی پیستون را بیابید.

(الف)
$$P_1A = W + P_{atm}A \rightarrow P_1\left(\frac{\pi\, 0{,}1^2}{4}\right) = 16\times9{,}81 + 100000\times\frac{\pi\, 0{,}1^2}{4} \rightarrow P_1 = 120000\ Pa$$
$$P_1 = 120\ kpa$$

(ب)
$$v_1 = v_f + x(v_g - v_f) = 0{,}001 + 0{,}2\times(1{,}428-0{,}001) = 0{,}286\ \frac{m^3}{kg}$$
$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{\pi\, 0{,}1^2}{4}\left(\frac{0{,}05}{0{,}286}\right) = 0{,}001373\ kg$$

(ج) وقتی پیستون متوقف می‌شود فشار هنوز 120 kpa است. حجم مخصوص افزایش یافته است و این مقدار

$$v_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{\pi\, 0{,}1^2}{4}\left(\frac{0{,}08}{0{,}001373}\right) = 0{,}458\ \frac{m^3}{kg} \rightarrow 0{,}458 = 0{,}001 + x_2(1{,}428-0{,}001)$$
$$x_2 = 0{,}32 \text{ یا } 32\%$$

د- بعد از توقف پیستون تغییر حجم مخصوص متوقف می‌شود (جرم ثابت و حجم ثابت)

$T_3 = 400°C$, $v_3 = 0{,}458$ ← جدول

میانیابی بین 0,6 Mpa و 0,8 Mpa →
$$P_3 = \left(\frac{0{,}5137-0{,}458}{0{,}5137-0{,}3843}\right)(0{,}8-0{,}6)+0{,}6 = 0{,}686\ Mpa$$

ه‍- بعد از توقف پیستون کار صفر است. از حالت اولیه تا توقف نهایی پیستون فشار 120kpa است و کار خواهد شد.

$$W = P(v_2-v_1)m = 120\times(0{,}458-0{,}286)(0{,}001373) = 0{,}0283\ kJ \text{ یا } 28{,}3\ J$$

Scanned by CamScanner

قانون اول ترمودینامیک - برای سیستم‌های بسته و چرخه‌ها

اصل اول ترمودینامیک ← بقای انرژی

اگر موازنه انرژی را برای یک سیستم بنویسیم:

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{sys}$$

تغییر انرژی‌های داخلی، پتانسیل و جنبشی و ... = انتقال خالص انرژی توسط گرما، کار و جرم

قانون اول - سیستم بسته

انتقال گرما و کار، تنها مکانیزم‌هایی هستند که انرژی توسط آنها می‌تواند از مرز یک سیستم بسته عبور کند و منتقل شود.

E در درون سیستم است. یعنی می‌توان گفت که سیستم در لحظه t دارای انرژی E است ولی نمی‌توان گفت دارای Q و W است.

$$Q - W = \Delta E$$

Q: گرمای ورودی به سیستم . W: کار انجام شده توسط سیستم

اگر گرما از سیستم گرفته شود ← علامت Q منفی

اگر روی سیستم کار انجام شود ← علامت W منفی است.

← انتقال گرمای Q یک انتقال انرژی از مرز سیستم به محیط اطراف به دلیل اختلاف دمای آن است.

← تجربه نشان داده است انتقال انرژی به صورت گرما، تنها در جهت کاهش دما به صورت خود به خودی اتفاق می‌افتد

← هنگامی که هیچ گونه اختلاف دمایی بین سیستم و محیط وجود نداشته باشد یا گرادیان دما در سطح مرزی برابر صفر باشد یا اگر سطح مرزی عایق گرمایی باشد، مقدار انتقال گرما هم صفر خواهد بود.

← در معادله بقای انرژی برای سیستم بسته جمله ΔE تغییر کل انرژی سیستم را بیان می‌کند.

انرژی‌های مربوط به سیستم را به شکل انرژی جنبشی، پتانسیل و انرژی داخلی در نظر می‌گیریم.

انرژی جنبشی و پتانسیل به عنوان تنها اشکال انرژی خارجی مورد توجه هستند. (این دو انرژی مربوط به حالت ماکروسکوپی‌اند و انرژی داخلی مربوط به حالت میکروسکوپی)

با صرف نظر از انرژی‌های دیگر (مثلاً انرژی‌های دورانی، الکترواستاتیک)

$$\Delta E = \Delta U + \Delta E_K + \Delta E_P \longrightarrow \delta Q - \delta W = dE$$ شکل دیفرانسیلی قانون اول

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{dE}{dt}$$ شکل آهنگی قانون اول

$$Q - W = \Delta U$$ سیستم بسته و ساکن

توجه: $(\delta Q - \delta W)$ به مسیر بستگی ندارد ← یک خاصیت سیستم به حساب می‌آید.

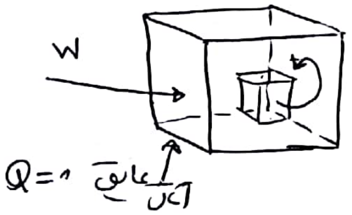
Scanned by CamScanner

نکته: قانون اول ترمودینامیک به عنوان یک اصل بنیادی مطرح شده و نمی‌توان آن را به صورت ریاضی ثابت نمود و یا از اصل فیزیکی شناخته شده دیگر بدست آورد. شواهد تجربی به طور مکرر اعتبار آن را تایید کرده‌اند و تا کنون هیچ پدیده‌ای خلاف آن را نشان نداده است. این قانون هیچ محدودیتی ندارد و برای تمام فرایندهای برگشت پذیر و برگشت ناپذیر صادق است.

en: هنگام شارژ باتری جریان 20A و ولتاژ 28 V است. اگر شدت انتقال حرارت از باتری 10W باشد. تغییر انرژی درونی آن چند وات است؟

$\dot{Q}-\dot{W}=\Delta\dot{U}$, $\dot{Q}-VI=\Delta\dot{U}=-10-(-28\times 20)=246\ W$

en: یک یخچال را در اتاق عایق قرار میدهیم. این یخچال موتوری با توان 2hp دارد که کمپرسور را می‌چرخاند. بعد از 30 دقیقه 5300 kJ از محفظه سرد گرما گرفته می‌شود و 8000 kJ از کویل‌های پشت یخچال به خارج وارد می‌شود. افزایش انرژی درونی اتاق را پیدا کنید.



$\cancel{Q}-W=\Delta U=-(-2hp)\times 0{,}746\ \frac{kW}{hp}\cdot 1800s=2686{,}5$

en: سیلندر بدون اصطکاکی در فشار ثابت 400kpa شامل گاز R134a با کیفیت 80% است. دمای نهایی را اگر 80 kJ/kg گرما به سیلندر منتقل شود پیدا کنید. (حل بعد از درس آنتالپی به روش آنتالپی و در اینجا به روش انرژی درونی)

~~$h_1=h_f+x$~~

روش انرژی درونی: $Q-W=\Delta U \Rightarrow W=\int p\,dv=p\Delta V \rightarrow Q=\Delta U+p\Delta V$

حل اینگونه مسائل با انرژی درونی به حدس و خطا منجر می‌شود.

$Q=u_2-u_1+p(v_2-v_1)$

$u_1=u_{f_1}+x_1 u_{fg_1}=$

$v_1=v_{f_1}+x_1 v_{fg_1}=$

روش آنتالپی: $Q=\Delta H=h_2-h_1$

$h_1=h_f+x_1 h_{fg}=62+0{,}8\times(190{,}32)=214{,}3$

$q=h_2-h_1=80=h_2-214{,}3\rightarrow h_2=294{,}3\xrightarrow{\text{جدول}} T_2=52{,}6$

Scanned by CamScanner

فرایندهای چرخه‌ای

یکی از کاربردهای مهم قانون اول در فرایندهای چرخه‌ای است. این نوع فرایندها در چرخه‌های توان و تبرید مورد استفاده قرار می‌گیرند. فرایندهای چرخه‌ای نقطه شروع و خاتمه فرایند بر هم منطبق هستند.

در انتهای چرخه هیچ تغییر خالص در سیستم بوجود نمی‌آید و چون انرژی داخلی تابع حالت است

$$\oint \delta Q = \oint \delta W$$

یا یعنی جمع جبری کار با جمع جبری گرما برابر است.

$$\sum Q_i = \sum W_i$$

$\oint$ یعنی انتگرال‌گیری در طول یک مسیر بسته (انتگرال چرخه‌ای) است.

δ یعنی گرما و کار دیفرانسیل‌های ناقص هستند و به مسیر چرخه بستگی دارند.

مثال: سیستمی ۳ فرایند نشان داده شده جدول زیر را طی می‌کند. مقادیر مجهول را حساب کنید. تمام مقادیر برحسب kJ هستند.

فرایند	Q	W	ΔE
1→2	a	100	100
2→3	b	-50	c
3→1	100	d	-200

$Q - W = \Delta E \qquad a - 100 = 100 \rightarrow a = 200\ kJ$

$\oint Q = \oint W \qquad 100 - d = -200 \rightarrow d = 300\ kJ$

یا $\sum Q = \sum W$

$W_{12} + W_{23} + W_{31} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}$

$\Rightarrow 100 - 50 + 300 = 350 = 200 + b + 100 \rightarrow b = 50\ kJ$

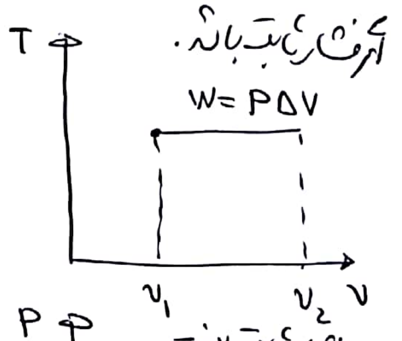
$2 \rightarrow 3: \quad 50 - (-50) = c \rightarrow c = 100$

یا

برای سیکل $\Delta E = 0 \qquad 100 + c - 200 = 0 \rightarrow c = 100$

سیلندر و پیستون شامل 2kg آب در دمای 200°C با کیفیت 90 درصد می‌باشد. در دمای ثابت حجم 3 برابر می‌شود. چه مقدار گرما باید برای این فرایند داده شود؟ فشار نهایی چقدر است؟

$Q - W = m(u_2 - u_1)$

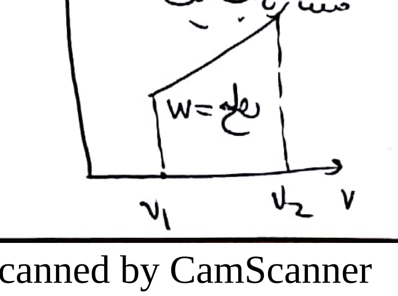


$v_1 = 0{,}0012 + 0{,}9(0{,}1274 - 0{,}0012) = 0{,}1148\ \frac{m^3}{kg}$

$u_1 = 850{,}6 + 0{,}9(2595{,}3 - 850{,}6) = 2421\ \frac{kJ}{kg}$

$T_2 = 200°C \xrightarrow{\text{جدول}} P_2 = 9617\ kPa$

$v_2 = 3 \times 0{,}1148 = 0{,}3444\ \frac{m^3}{kg} \qquad u_2 = 2638{,}2\ \frac{kJ}{kg}$



$W = 2 \times$ سطح $= 456\ kJ \qquad Q = W + m\Delta u = 980\ kJ$

Scanned by CamScanner

روش سیستماتیک حل مسائل ترمودینامیک.

مرحله (1) شناسایی سیستم و ترسیم طرحواره‌ای (تعیین سطح کنترل و مرز سیستم)

مرحله (2) فهرست اطلاعات روی طرحواره (داده‌های مسئله)

مرحله (3) بررسی فرآیندهای خاص — فرآیند حجم ثابت، دما ثابت یا ایزوله یا ... است؟

مرحله (4) بیان مفروضات — انرژی جنبشی یا پتانسیل قابل اغماض یا ...

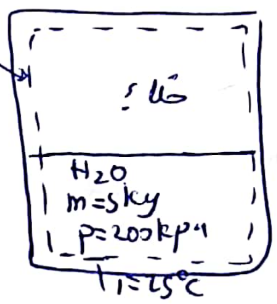
مرحله (5) کاربرد معادلات بالانس — بقای جرم و انرژی

مرحله (6) ترسیم نمودارهای فرآیند — در نمودارهای مهم مثل P-v یا T-s یا ...

مرحله (7) تعیین خواص و مجهولات مورد نیاز — استفاده از جداول یا روابط مختلف

مثال: تانک صلبی توسط پارتیشن به دو قسمت مساوی تقسیم شده است. یک قسمت تانک حاوی 5 kg آب، در شرایط 200 kPa و 25°C است و قسمت دیگر خلاء است. پارتیشن برداشته شده و آب در تمام تانک پخش می‌شود و با اطراف تبادل گرما می‌کند. و دمای تانک به مقدار 25°C برمی‌گردد. مطلوبست الف) حجم تانک ب- فشار نهایی ج- انتقال گرما

مرحله (1)
مرحله (2)



مرحله (3): سیستم بسته است. عایق نیست.

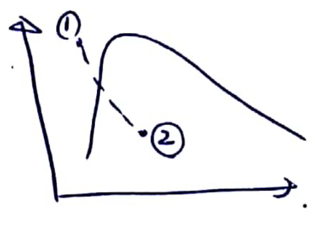
مرحله (4): سیستم ساکن است
$\Delta KE = \Delta PE = 0$
$\Delta E = \Delta U$

فرض می‌کنیم سیستم گرما می‌گیرد اگر منفی باشد یعنی فرض غلط است یعنی سیستم گرما می‌دهد.

حجم تانک ثابت است ← حجم ثابت ← کار مرزی نداریم.
دما در طی فرآیند ثابت است.
هیچ نوع کار دیگری در مسئله نداریم.

مرحله (5) معادلات بقای انرژی (قانون اول سیستم بسته برقرار است)

مرحله (6)



مرحله (7): تحلیل: الف - آب داخل تانک مایع متراکم است. چون فشار آن بیشتر از فشار اشباع متناظر با دمای 25°C یعنی (3.169 kPa) است.

$$v_1 \simeq v_{f@25°C} = 0.001003 \frac{m^3}{kg} \simeq 0.001 \frac{m^3}{kg}$$

$$V_1 = m v_1 = 5 kg \times (0.001 \frac{m^3}{kg}) = 0.005 m^3 \longrightarrow V_{Tank} = 2 \times 0.005 = 0.01 m^3$$

Scanned by CamScanner

ب - در حالت نهایی، حجم مخصوص آب برابر است با

$$v_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{0{,}01\ m^3}{5\ Kg} = 0{,}002\ \frac{m^3}{Kg}$$

$@25^\circ C$: $v_f = 0{,}001003\ \frac{m^3}{Kg}$ ، $v_g = 43{,}36\ \frac{m^3}{Kg}$ → $v_f < v_2 < v_g$ مخلوط است.

$$P_2 = P_{sat\ @25^\circ C} = 3{,}169\ kpa$$

ج - $E_{\text{ورودی}} - E_{\text{خروجی}} = \Delta E_{\text{سیستم}}$ →

$$Q - W = \Delta U$$

$$Q = \Delta U = m(u_2 - u_1) \quad , \quad u_1 = u_{f\ @25^\circ C} = 104{,}88\ \frac{kj}{Kg}$$

$$x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_g - v_f} = \frac{0{,}002 - 0{,}001}{43{,}36 - 0{,}001} = 2{,}3 \times 10^{-5}$$

$$u_2 = u_f + x_2 u_{fg} = 104{,}88 + 2{,}3 \times 10^{-5} \times 2304{,}9 = 104{,}93\ \frac{kj}{kg}$$

$$Q_{\text{ورودی}} = 5 \times (104{,}93 - 104{,}88) = 0{,}25\ kj$$

Scanned by CamScanner

روش سیستماتیک حل مسائل

مثال: تانک صلبی به حجم $0.1\ m^3$ حاوی بخار آب در شرایط $500\ kPa$ و $200°C$ است. بخار آب خنک می‌شود و دما به $50°C$ می‌رسد. مقدار انتقال گرما در این فرآیند و فشار نهایی داخل تانک را بیابید.

مرحله ۱- شناسایی سیستم و ترسیم طرحواره آن

سیستم بخار آب → مرز سیستم

ترسیم مرز سیستم

مرحله ①

مرحله ۲- فهرست اطلاعات روی طرحواره

$V = 0.1\ m^3$
$P_1 = 500\ kPa$
$T_1 = 200°C$
$T_2 = 50°C$
→ Q

مرحله ②

مرحله ۳- بررسی فرآیندهای خاص

در مثال فعلی فشار و دما (هر دو) تغییر می‌کنند اما حجم مخصوص ثابت می‌ماند.

زیرا تانک صلب است یعنی حجم ثابت است. $V = cte$ و جرم سیستم فعلی نیز ثابت است $m = cte$

$v = \frac{V}{m} = cte \rightarrow v_2 = v_1$

سیستم فعلی شامل هیچ مرز متحرک یا ابزار هیچ نوع کار نیست. بنابراین $W = 0$

مرحله ۴- بیان مفروضات

برخی فرضیات متداول در ترمودینامیک می‌توان در نظر گرفت:
- شبه تعادلی فرض کردن فرآیند
- ناچیز فرض کردن انتقال گرما به سیستم عایق
- ناچیز فرض کردن تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل
- رفتار ایده‌آل برای گاز

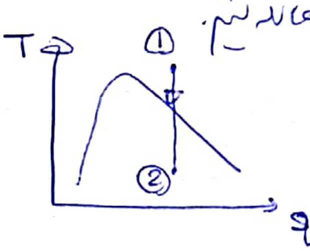
سیستم حاضر را می‌توان ساکن فرض کرد. زیرا هیچ نشانه‌ای برخلاف آن وجود ندارد.
بنابراین از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل می‌توان صرف‌نظر کرد.

$\Delta PE = 0$ (از آنجا که ارتفاع ثابت شده است.)
$\Delta KE = 0$ (از آنجا که سرعت ثابت شده است.)

مرحله ۵- کاربرد معادله‌های پایستاری

معادله‌های پایستاری جرم یا انرژی را با کلی‌ترین شکل شروع می‌کنیم و با فرض‌های معقول ساده می‌کنیم. مقادیر عددی را قبل از اینکه به ساده‌ترین شکل درآمده‌اند نباید وارد معادله کنیم.

جرم: $m_2 = m_1 = m$
$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{system}$
$-Q_{out} = m(u_2 - u_1)$ (خروجی)



مرحله ۶- ترسیم نمودار فرآیند $T-v$ یا $P-v$

مرحله ۷- تعیین خواص و مجهولات مورد نیاز

$P_1 = 500\ kPa,\ T_1 = 200°C \Rightarrow v_1 = 0.4249,\ u_1 = 2642.9$

$v_2 = v_1 = 0.4249$

$T_2 = 50°C \rightarrow v_f = 0.001,\ v_g = 12.03 ;\ u_f = 209.32,\ u_g = 2443.5$

$P_2 = P_{sat@50°C} = 12.349$

$v_2 = v_f + x\, v_{fg}$

$0.4249 = 0.001 + x_2(12.03 - 0.001)$

$x_2 = 0.0352$

$u_2 = u_f + x\, u_{fg}$
$= 209.32 + (0.0352)(2443.5 - 209.32) = 288$

$m = \frac{V}{v} = \frac{0.1}{0.4249} = 0.235\ kg$

$-Q = \Delta U = m(u_2 - u_1)$

$Q = 0.235(2642 - 288)$
$= 553.4\ kJ$

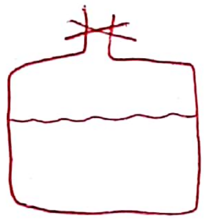
Scanned by CamScanner

مثال قانون اول - سیستم بسته

یک تانک بخار به حجم $4\,m^3$ از ابتدا شامل $3\,m^3$ آب مایع و $1\,m^3$ بخار در حالت تعادل $0/1\,Mpa$ می باشد.

به سیستم گرما می دهیم و شیرهای ورودی و خروجی بسته اند. شیر اطمینان هنگامی که فشار به $5\,Mpa$ برسد، باز می شود

تعیین کنید تا این لحظه چه مقدار گرما به تانک منتقل می شود؟



$V_{f_1} = 3\,m^3$

$V_{g_1} = 1\,m^3$

$P_1 = 0/1\,Mpa$

$Q - W_{\circ} = \Delta U = U_2 - U_1$

$U_1 = m u_1$

$u_1 = x u_{g_1} + (1-x_1) u_{f_1} \Rightarrow$

$U_1 = m u_1 = m_{f_1} u_{f_1} + m_{g_1} u_{g_1}$

حالت اول ① : $P_1 = 0/1\,Mpa = 100\,kpa \xrightarrow{\text{جدول اشباع}} T = 99/63\,°C$

$v_f = 0/001043$

$v_g = 1/694$

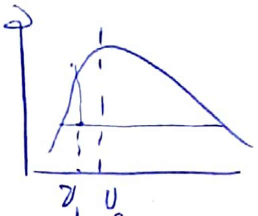
$u_f = 417/26$

$x_1 = 0/00021$

$m_f = \frac{3}{0/001043} = 2876/3\,kg \,,\; m_g = \frac{1}{1/694} = 0/59\,kg$

$u_1 = 0/00021 \times 2506/1 + (1 - 0/00021)\, 417/36 = 417/8$

$U_1 = (2876/3 + 0/59)(417/8) = 1202\,Mj$



حالت نهایی در چه حالتی است؟

$v_1 < v_{c.p.}$

حالت نهایی ②

$P_2 = 5\,Mpa$ $\quad v_g = 0/03944$

$T_2 = 263/99$ $\quad u_f = 1147/8$

$v_f = 0/001286$ $\quad u_g = 2597/1$

$v_2 = v_1 = \frac{V}{m} = \frac{4}{2876/3 + 0/59} = 1/39 \times 10^{-3}$

$1/39 \times 10^{-3} = x_2(0/03944) + (1-x_2)(0/001286) \Rightarrow x_2 = 0/0027$ تعریف کیفیت

مقدار آب تبخیر شده $= m_{g_2} - m_{g_1} = m_{f_1} - m_{f_2}$

$u_2 = x_2 u_{g_2} + (1-x_2) u_{f_2} = 0/0027\,(2597/1) + (1 - 0/0027)\,(1147/81)$

$u_2 = 1151/7 \quad U_2 = m u_2 = 3313/3$

$Q = U_2 - U_1 = 3313/3 - 417/8 = 2111/3$

Scanned by CamScanner

گرمای ویژه

گرمای ویژه C یک ماده عبارتست از مقدار گرمایی که دمای واحد جرم آن ماده را یک درجه افزایش می‌دهد.

$$C = \frac{1}{m}\left(\frac{\delta Q}{\delta T}\right) \qquad \frac{kJ}{kg\,°C} \text{ یا } \frac{kJ}{kg\,K}$$

گرمای ویژه برای یک سیستم تک فازی تعریف می‌شود و آن را گرمای محسوس یا آشکار هم می‌نامند. چون با تغییر دما همراه است و می‌توان این تغییر دما را اندازه‌گیری کرد. برخلاف گرمای نهان که با تغییر دما همراه نیست و گرمای منتقل شده صرف تغییر فاز در دمای ثابت می‌شود.

گرمای ویژه:

- در فشار ثابت: C_p : $C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$ ، $dH = mC_p dT$ (این رابطه برای هر نوع فرایند فشار ثابت چه برگشت‌پذیر و چه برگشت‌ناپذیر صادق است)
  نکته: $\delta Q = dH = mC_p dT$ فقط برگشت‌پذیر
- در حجم ثابت: C_v : $C_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$ ، $dU = mC_v dT$ (برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیر)
  $\delta Q = dU = mC_v dT$ فقط برگشت‌پذیر

- گرمای ویژه یک تابع مسیر و گرمای ویژه در فشار ثابت و گرمای ویژه در حجم ثابت توابع حالت هستند. با توجه به اینکه برای گازهای ایده‌آل انرژی داخلی و آنتالپی فقط تابع دما هستند. C_p و C_v گازهای ایده‌آل فقط تابع دما می‌باشند.

- از نظر عددی $C_p > C_v$ (همواره) چون سیستم در فشار ثابت منبسط شده و انرژی هم صرف نیاز برای انبساط نیز باید تامین شود.

- در دمای صفر مطلق $C \to 0$

با استفاده از نتایج ترمودینامیک آماری برای گازهای ایده‌آل:

- مولکول‌های تک اتمی که انتقال، تنها شیوه حرکت است. $C_v = \frac{3}{2}R$
- در مولکول‌های دو اتمی صلب (بدون ارتعاش) و چند اتمی خطی $C_v = \frac{5}{2}R$
- مولکول‌های چند اتمی غیر خطی $C_v = 3R$

اگر انرژی داخلی را تابعی از دما و حجم در نظر بگیریم، دیفرانسیل کامل آن می‌شود.

$$u = u(T, V) \longrightarrow du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial V}\right)_T dV = C_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial V}\right) dV$$

در کلیه حالت زیر جمله دوم سمت راست صفر می‌شود و می‌توان از معادله $du = C_v dT$ استفاده کرد.

Scanned by CamScanner

۱- گاز ایده‌آل باشد. انرژی داخلی گاز ایده‌آل فقط تابع دما است. پس در دمای ثابت، انرژی داخلی ثابت است

۲- حجم ثابت باشد $dv=0$

۳- حجم اولیه و انتهایی برابر باشد $v_i=v_f$ $dv=0$

۴- سیال تراکم ناپذیر باشد.

$$\Delta u = u_2-u_1=\int_1^2 c_v\,dT$$

آنتالپی را تابعی از دما و فشار بگیریم دیفرانسیل کامل آن به صورت زیر بیان می‌شود.

$$h=h(T,P)\Rightarrow dh=\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P dT+\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP = c_p\,dT+\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP$$

در یکی از سه حالت زیر جمله دوم سمت راست برابر صفر شده و می‌توان از معادله $dh=c_p\,dT$ استفاده کرد.

۱- گاز ایده‌آل باشد. آنتالپی گاز ایده‌آل فقط تابع دما است. $\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T=0$

۲- فشار ثابت باشد $dP=0$

۳- فشار اولیه و نهایی برابر باشد. $P_i=P_f$ $(dP=0)$

$$\Delta h = h_2-h_1=\int_1^2 c_p\,dT$$

در گاز ایده‌آل

$$h=u+Pv=u+RT\Rightarrow \frac{\partial h}{\partial T}=\frac{\partial u}{\partial T}+R\rightarrow c_p-c_v=R\,,\quad \frac{c_p}{c_v}=k$$

$$c_p=\frac{kR}{k-1}\,,\quad c_v=\frac{R}{k-1}$$

$$T\rightarrow 0\Rightarrow PV\rightarrow 0\qquad u=\int_0^T c_v\,dT,\ h=\int_0^T c_p\,dT$$

رفتار گاز ایده‌آل در دمای صفر مطلق

در صفر مطلق $h=u$

c_p و c_v ثابت باشند $\Rightarrow u=c_v T\,,\ h=c_p T$

ماده تراکم ناپذیر

$$du=c_v\,dT$$

$$C=c_p=c_v \Leftarrow P\,dv=0 \Leftarrow v=cte \text{ یا } P=cte$$

$$dh=du+\cancel{v\,dP}\rightarrow \Delta h=\Delta u=C\,\Delta T$$

نکته: آنتالپی یک ماده تراکم ناپذیر تابع فشار است اما انرژی درونی آن تابع فشار نیست.

Scanned by CamScanner

فرایندهای برگشت پذیر گاز ایده‌ال

فرایند حجم ثابت

فرایند حجم ثابت، فرایند هم حجم، ایزوکر یا ایزومتریک

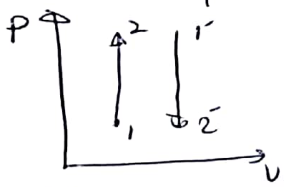
مثال: گرم کردن گاز در یک مخزن بسته است. یا انفجار

معادله فرایند برای گاز ایده‌ال

$$PV = RT \rightarrow \frac{P}{T} = \frac{R}{V}$$

$$V, R = cte \rightarrow \frac{P}{T} = cte \rightarrow \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

نمایش در نمودار P-V



$1 \rightarrow 2$ گرم شدن در حجم ثابت

$1' \rightarrow 2'$ سرد شدن در حجم ثابت

محاسبه کار

$$w = \int_{V_1}^{V_2} p\,dv \;,\; V = cte \rightarrow dv = 0 \rightarrow w = 0$$

محاسبه گرما

$$q = c_v (T_2 - T_1) \text{ یا } Q = m c_v (T_2 - T_1) = \Delta U$$

تعادل انرژی

$$q - w = \Delta U \;,\; w = 0 \rightarrow q = \Delta U$$

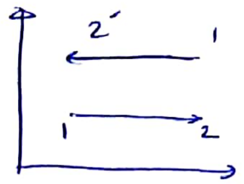
فرایند فشار ثابت

فرایند هم فشار، ایزوبار

اکثر فرایندهای طبیعی و صنعتی به شکل فشار ثابت صورت می‌گیرند. احتراق، گرم شدن گاز در گرم کننده‌ها
سرد شدن و تقطیر سیال در خنک کننده‌ها و تبخیر سیالات.

برای گاز ایده‌ال $PV = RT \rightarrow \frac{V}{T} = \frac{R}{P}$

$$R, P = cte \rightarrow \frac{V}{T} = cte \rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$$



$1 \rightarrow 2$ گرم شدن یا انبساط در فشار ثابت

$1' \rightarrow 2'$ سرد شدن یا تراکم در فشار ثابت

$$w = \int_{V_1}^{V_2} p\,dv = P(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$$

$$q = c_p (T_2 - T_1) \text{ یا } Q = m c_p (T_2 - T_1) = \Delta H = \Delta (U + PV)$$

$$\frac{Q}{c_p} = \frac{W}{R} = \frac{\Delta U}{c_v}$$ گرمای تبادل شده به نسبت، به تغییرات انرژی داخلی و کار تبدیل می‌شود.

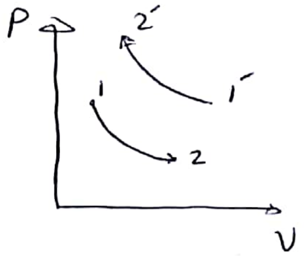
Scanned by CamScanner

فرایند دما ثابت

$pv = RT$

$R, T = cte \rightarrow pv = cte \rightarrow P_1V_1 = P_2V_2 \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2}$

تغییرات فشار متناسب با عکس تغییرات حجم است.



$1 \rightarrow 2$ انبساط در دمای ثابت

$1' \rightarrow 2'$ تراکم در دمای ثابت

به جای mRT می‌توان P_1V_1 یا P_2V_2 هم استفاده کرد.

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{mRT}{V} dV = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = mRT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

$$Q - W = \Delta U \quad , \Delta U = \Delta H = 0 \rightarrow Q = W = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = mRT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

انرژی داخلی و آنتالپی گاز ایده‌آل فقط تابع دماست.

فرایند آدیاباتیک یا بی دررو

$$Q = 0 \quad pv^k = cte \quad P_1V_1^k = P_2V_2^k \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^k$$

$$pv = RT \longrightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad , \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1}$$

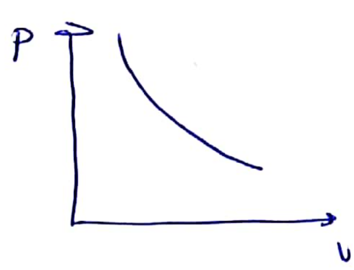
$$k = \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} \Rightarrow k - 1 = \frac{R}{C_v} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{R}{C_p}} = \left(\frac{V_1}{V_c}\right)^{\frac{R}{C_v}}$$

1,67 تک اتمی

1,4 دو اتمی ← $k \Rightarrow k > 1 \Rightarrow k - 1 > 0$

1,32 چند اتمی

- $V_2 > V_1$ فرایند انبساط آدیاباتیک $\Rightarrow T_2 < T_1$ دمای گاز کم می‌شود
- $V_2 < V_1$ فرایند تراکم آدیاباتیک $\Rightarrow T_2 > T_1$ دمای گاز زیاد می‌شود



نکته: شیب فرایند آدیاباتیک از شیب دما ثابت بیشتر است.

$Q - W = \Delta U$

$Q = 0 \rightarrow \Delta W = -\Delta U$

$$W = -mC_v(T_2 - T_1) = -m\frac{R}{k-1}(T_2 - T_1)$$

$$W = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-k} = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-k}$$

شرط استفاده از روابط فوق: فرایند برگشت پذیر مکانیکی، گاز ایده‌آل، C_p تابع دما نباشد.

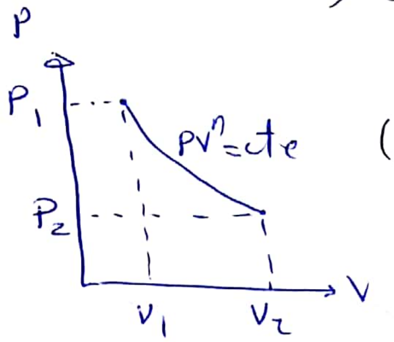
$Q = 0$

$Q - W = \Delta U \rightarrow -W = \Delta U$

Scanned by CamScanner

فرایند پلی تروپیک

رابطه بین فشار و حجم در طول فرایند انبساط یا تراکم یک گاز ایده ال را می توان به صورت معادله $pv^n = cte$ بیان کرد.

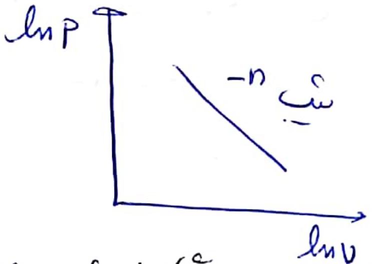


فرایند ترمودینامیکی که توسط معادله فوق توصیف می شود را فرایند پلی تروپیک می گویند.

فرایند پلی تروپیک یک فرایند برگشت پذیر همراه با انتقال گرما است (اگر $n=k$ انتقال گرما نداریم)

n را می توان توان پلی تروپیک نامید که برای هر فرایندی مقدار ثابتی است.

$$\ln P = -n \ln V + cte$$



فرایندهای واقعی $1 < n < k$

$-\infty < n < \infty$

n منفی باشد یعنی اینکه انتقال گرما داریم / حجم گاز زیاد شده ولی افزایش دما به حدی است که فشار نیز افزایش می یابد.

$$pv^n = cte \rightarrow P_1V_1^n = P_2V_2^n \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n$$

$$PV = mRT \rightarrow \frac{\frac{RT_2}{V_2}}{\frac{RT_1}{V_1}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{n}} , \quad \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{n-1}} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$w = \int p\,dv, \quad pv^n = cte \longrightarrow w = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n} = \frac{R(T_2-T_1)}{1-n} = \frac{k-1}{1-n}\Delta u \qquad n \neq 1$$

$$q = C_n (T_2 - T_1) = \left(\frac{n-k}{n-1} C_v\right)(T_2 - T_1) \qquad n \neq 1$$

مثال: سیلندری حاوی $2kg$ هوا است که تحول در هوای داخل سیلندر به صورت $pv^{1/2} = cte$ است. اگر دمای اولیه هوا $27°C$ باشد و سپس متراکم شود و در انتهای فرایند دما به $327°C$ برسد. مقدار کار انجام شده چقدر است؟ $R = 286 \frac{J}{kg.K}$

$$w = \frac{mR(T_2-T_1)}{1-n} = \frac{2 \times 286 \times (327-27)}{1-1{,}2} = -860 \text{ kJ}$$

Scanned by CamScanner

فرایندهای پلی‌تروپیک را می‌توان به سه گروه تقسیم‌بندی کرد.
(با فرض انبساطی بودن)

- $n<1$
- $1<n<k$
- $n>k$

$n<1 \Rightarrow V_2>V_1 \Rightarrow W>0$

$\searrow n-1<0 \rightarrow T_2>T_1 \rightarrow \Delta U>0$

$Q = W + \Delta U > 0$

یعنی در صورت انبساط به گاز گرما داده می‌شود و این گرما به کار و انرژی داخلی گاز تبدیل می‌شود.

$n=1 \rightarrow T=cte \rightarrow \Delta U=0 \rightarrow Q=W$

~~$1<n<k$~~ $n \rightarrow -\infty \rightarrow V=cte \rightarrow W=0 \rightarrow Q=\Delta U$

$1<n<k \quad V_2>V_1 \rightarrow W>0$

$\searrow n-1>1 \rightarrow T_2<T_1 \rightarrow \Delta U<0$

$\Delta T<0 \,,\, 1<n<k \rightarrow Q = C_n \Delta T > 0$

یعنی در صورت انبساط به گاز گرما داده می‌شود در تغییرات انرژی، گرما به کار تبدیل خواهد شد.

$n>k \quad V_2>V_1 \rightarrow W>0$

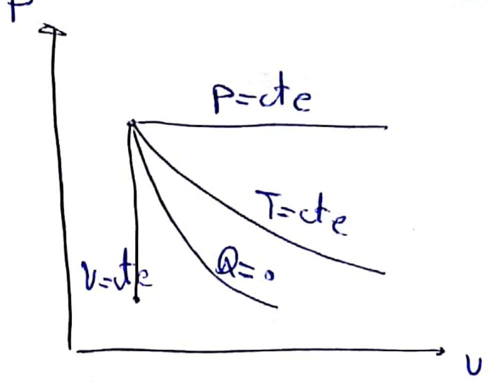
$n-1>0 \rightarrow T_2 \not> T_1 \rightarrow \Delta U<0 \quad Q = C_n \Delta T < 0$

در صورت انبساط از گاز گرما گرفته می‌شود و انرژی داخلی صرف انجام کار و گرمای مبادله شده خارج می‌شود.

نکته: با افزایش n فرایند به فرایند حجم ثابت نزدیک می‌شود و مقدار کار به سمت صفر میل می‌کند. در نتیجه انتقال گرما افزایش می‌یابد.
(اگر n به سمت ∞ میل کند، فرایند حجم ثابت است)

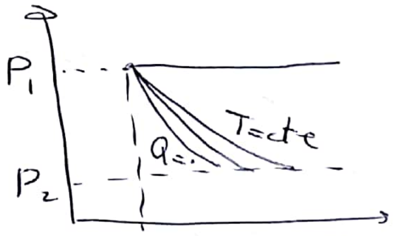
بیان چهار فرایند به صورت پلی‌تروپیک

$T=cte$	$n=1$	$C_n=\infty$
$P=cte$	$n=0$	$C_n=C_p$
$V=cte$	$n=\pm\infty$	$C_n=C_v$
$Q=0$	$n=k$	$C_n=0$



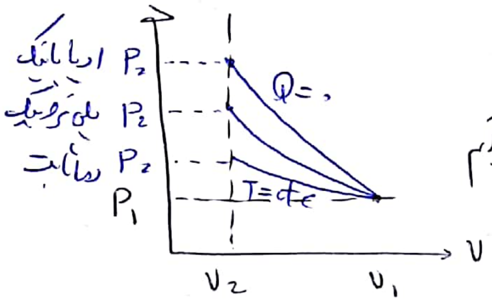
Scanned by CamScanner

فرایند انبساط: کار برابر سطح زیر منحنی نمودار PV است.



آدیاباتیک < پلی‌تروپیک < دما ثابت < فشار ثابت : کار تولید شده در فرایند انبساط

فرایند تراکم: اگر حجم اولیه و ثانویه در هر چهار فرایند یکسان باشد.



آدیاباتیک > پلی‌تروپیک > دما ثابت > فشار ثابت : کار لازم برای فرایند تراکم

مقایسه حجم نهایی فرایند دما ثابت و آدیاباتیک

فرایند دما ثابت $T=cte \Rightarrow P_iV_i = P_fV_f \Rightarrow V_{f\,T=cte} = \frac{P_i}{P_f}V_i$

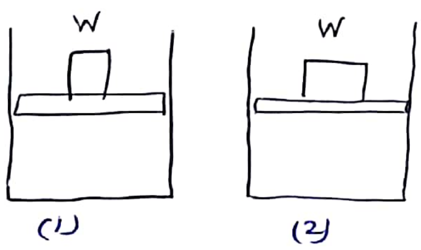
فرایند آدیاباتیک $Q=0 \rightarrow P_iV_i^{\gamma} = P_fV_f^{\gamma} \Rightarrow V_{f\,Q=0} = \left(\frac{P_i}{P_f}\right)^{\frac{1}{\gamma}}V_i$

$$\frac{(V_f)_{T=cte}}{(V_f)_{Q=0}} = \left(\frac{P_i}{P_f}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow \gamma = \frac{C_p}{C_v} > 1 \rightarrow \frac{1}{\gamma} < 1 \Rightarrow$$

فرایند انبساط $P_i > P_f \Rightarrow \frac{P_i}{P_f} > 1 \Rightarrow V_{f\,T=cte} > V_{f\,Q=0}$

مثال: دو سیستم مشابه مطابق شکل را در نظر بگیرید. هر دو شامل گاز ایده‌آل با فشار و حجم اولیه یکسان و وزنه پیستون مشابه اند.

در سیستم اول وزنه را به طور ناگهانی از روی پیستون برمی‌داریم و سیستم به سرعت به تعادل می‌رسد و در سیستم دوم وزنه را به آهستگی و در فرایندی در تعادل با محیط برمی‌داریم. کار و حجم نهایی را برای دو حالت را مقایسه کنید.



فرایند با سرعت بالا را می‌توان آدیاباتیک در نظر گرفت.

فرایندی که به آهستگی انجام می‌شود را می‌توان دما ثابت فرض کرد.

فرایند دما ثابت $T=cte \rightarrow P_iV_i = P_fV_f \rightarrow V_{f\,T=cte} = \left(\frac{P_i}{P_f}\right)V_i$

فرایند آدیاباتیک $Q=0 \rightarrow P_iV_i^{\gamma} = P_fV_f^{\gamma} \rightarrow V_{f\,Q=0} = \left(\frac{P_i}{P_f}\right)^{\frac{1}{\gamma}}V_i$

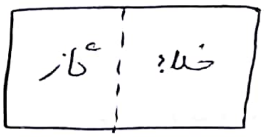
$\rightarrow$ $V_{f\,T=cte} > V_{f\,Q=0}$ (از بالا)

$W_{T=cte} > W_{Q=0}$ (از شکل)

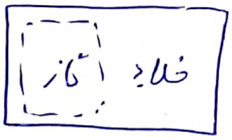
Scanned by CamScanner

فرایند انبساط آزاد

فرایند انبساط آزاد فرایندی است که سیستم طی آن انبساط پیدا می‌کند بدون آنکه در مرز توقف شده برای آن نیروی (فشار) مقاومی وجود داشته باشد. در شکل نشان داده شده در شکل با پاره شدن غشاء، گاز کل محفظه را فرا می‌گیرد.

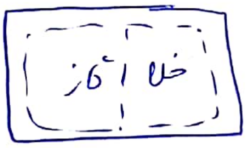


گاز سیستم باشد



انبساط آزاد مقاومت ندارد
پس کاری انجام نمی‌شود

گاز + خلاء سیستم باشد



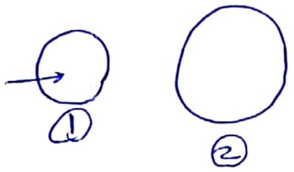
کار انجام شده در انبساط آزاد در خلاء صفر است. هیچ گونه کاری از مرز سیستم را قطع نمی‌کند. همچنین این فرایند همراه برگشت ناپذیر است. چون کار مسیر رفت صفر است ولی برای برگشت سیستم به حالت اولیه کار لازم است

$$Q - W = \Delta U = 0 \rightarrow 0 - 0 = \Delta U = 0 \rightarrow \Delta T = 0$$

گاز ایده‌آل باشد.

Scanned by CamScanner

مثال: در داخل یک بالن کروی شکل به قطر 1m، هوا در دمای 20°C و فشار 150kPa موجود است. به بالن حرارت می‌دهیم تا حجم بالن 10% افزایش یابد. جنس بالن از ماده‌ای است که فشار در داخل بالن با قطر آن رابطه مستقیم دارد. مطلوبست محاسبه دمای نهایی و کار انجام شده توسط هوای داخل بالن روی جداره بالن.



$$P \propto D \Rightarrow P \propto V^{\frac{1}{3}} \rightarrow PV^{-\frac{1}{3}} = cte$$

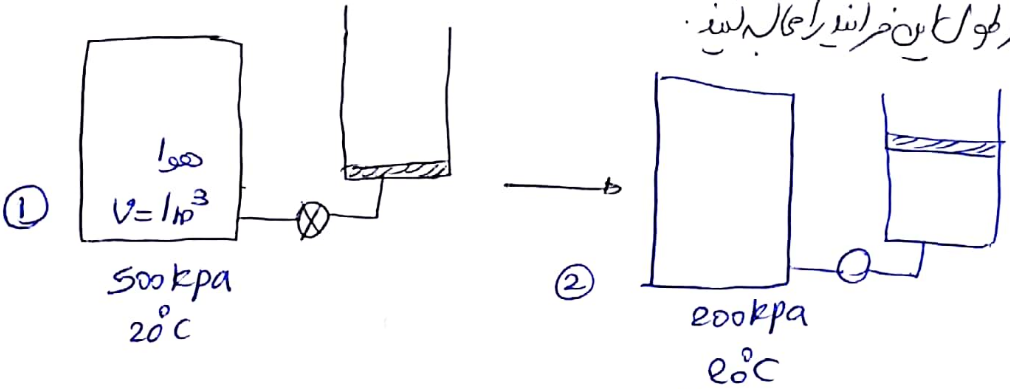
$${}_1W_2 = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n} \quad , \quad V_2 = 1{,}1V_1$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{1}{3}} \rightarrow P_2 = (1{,}1)^{\frac{1}{3}} P_1$$

$${}_1W_2 = \frac{[1{,}1^{\frac{1}{3}} \times 150\times10^3][1{,}1\times\frac{4}{3}\times0{,}5^3] - 150\times10^3\times\frac{4}{3}\times0{,}5^3}{1-(-\frac{1}{3})} = 7{,}982\ kJ$$

با فرض اینکه هوا گاز ایده‌آل باشد $\Rightarrow TV^{1-n} = cte \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-\frac{4}{3}} \Rightarrow T_2 = 14{,}98°C$

مثال: هوا در فشار 500kPa و دمای 20°C در داخل مخزن صلبی به حجم $1m^3$ موجود است. مخزن از طریق شیر بسته‌ای به سیلندر پیستون بدون اصطکاکی متصل است که پیستون در وضعیت اولیه در کف سیلندر واقع شده است. برای بالا بردن پیستون فشار 200kPa مورد نیاز است. شیر را باز می‌کنیم و اجازه می‌دهیم که هوا وارد سیلندر شود. در نهایت هوا در 20°C به تعادل می‌رسد. کار انجام شده توسط هوا در طول این فرایند را محاسبه کنید.



فرایند غیرتعادلی است

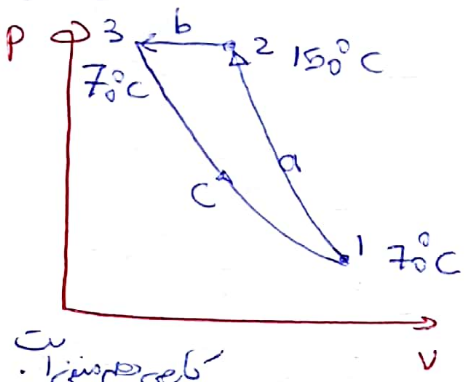
external work : ${}_1W_2 = mgh$

$h = \frac{\Delta V}{A}$

$${}_1W_2 = P_2\Delta V = P_2V_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) = 200\times\left(\frac{500}{200} - 1\right) = 300\ kJ$$

با فرض گاز ایده‌آل $\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$

Scanned by CamScanner



گاز ایده‌آلی فرایندهای زیر را انجام می‌دهد. (مطابق شکل)

$W = ?$
$Q = ?$
$\Delta U = ?$
$\Delta H = ?$

$C_v = \frac{3}{2}R$ ، $C_p = \frac{5}{2}R$

a: $1 \rightarrow 2$ $\quad T_1 = 70°C$, $P_1 = 1\,bar$ $\longrightarrow$ $T_2 = 150°C$ adiabatic

b: $2 \rightarrow 3$ $\quad T_3 = 70°C$, $P_3 = P_2$

c: $3 \rightarrow 1$ $\quad T_1 = T_3$

کار هم منفی است.

a: $\Delta U = Q_0 - W = \Delta U = C_v \Delta T = 12{,}471 \times (150 - 70) = 998\ j$

$\Delta H = C_p \Delta T = 20{,}785 \times (150 - 70) = 1{,}663\ j$

b: $P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = (1)\left(\frac{150 + 273{,}15}{70 + 273{,}15}\right)^{2{,}5} = 1{,}689\ bar$

b: فشار ثابت: $Q = \Delta H = C_p \Delta T = (20{,}785)(70 - 150) = -1{,}663\ j$

$\Delta U = C_v \Delta T = (12{,}471)(70 - 150) = -998\ j$

$W = \Delta U - Q = -998 - (-1663) = 665\ j$

c: فرایند ایزوترم می‌شود $\longrightarrow$ $\Delta U = \Delta H = 0$

$Q = -W = RT \ln \frac{P_3}{P_1} = RT \ln \frac{P_2}{P_1} = 8{,}314 \times 343{,}15 \times \ln \frac{1{,}689}{1} = 1{,}495\ j$

برای کل سیکل: $Q = 0 - 1{,}663 + 1495 = -168\ j$

$W = 998 + 665 - 1495 = 168\ j$

$\Delta U = 998 - 998 + 0 = 0$

$\Delta H = 1663 - 1663 + 0 = 0$

توابع حالت در سیکل صفر اند.

Scanned by CamScanner

قانون اول ترمودینامیک برای سیستمهای باز

سیستم باز سیستمی است که در آن علاوه بر تبادل انرژی، تبادل جرم هم وجود دارد یعنی جریان ماده یا جرم در آن وجود دارد.
این جریان می‌توانند به داخل یا خارج سیستم باشد. انرژی نه تنها به وسیله کار و گرما، بلکه توسط جریان جرم هم می‌توانند از
مرزهای حجم کنترل عبور کند. ماده می‌تواند انرژی‌های جنبشی، پتانسیل، شیمیایی، داخلی، مغناطیسی را از مرزها عبور دهد.
براساس قانون اول بین سیستم و محیط آن یک توازن انرژی برقرار است. وقتی که انرژی به شکل کار یا گرما به سیستم منتقل می‌شود
این افزایش انرژی سیستم با کاهش انرژی محیط برابر خواهد بود.

شکل کلی موازنه را می‌توان به صورت زیر نوشت

تجمع = مصرف − تولید + خروجی − ورودی

این معادله
- هم برای سیستم بسته قابل استفاده است هم سیستم باز
- هم برای حجم کنترل انتگرالی و هم دیفرانسیلی
- هم برای کل جرم مخلوط و هم اجزای مخلوط
- هم برای جرم و هم برای انرژی
- هم برای یک مدت قابل استفاده است (موازنه زمانی یا مدتی) و هم برای یک لحظه از زمان (موازنه آهنگ)

فرایندهای با حالت پایا – جریان پایا SSSF steady state steady flow

فرایندی که در آن سیال در حجم کنترل به طور پایا جریان دارد. در این فرایند خواص سیال از یک نقطه تا نقطه دیگر در داخل حجم کنترل ممکن است تغییر کند اما این خواص در یک نقطه ثابت در کل فرایند تغییر نمی‌کند.

تجهیزاتی مثل مبدل گرمایی، توربین، پمپ، چگالنده و ... را می‌توان فرایندهای با جریان پایا در نظر گرفت.

موازنه جرم: در این فرایندها دبی جرمی ورودی به حجم کنترل ثابت است و در هر لحظه دبی جرمی ورودی با دبی جرمی خروجی برابر است، بنابراین جرم در داخل حجم کنترل در هیچ زمانی افزایش یا کاهش نمی‌یابد.

$$\sum_i \dot{m}_i = \sum_e \dot{m}_e$$

اگر یک ورودی و یک خروجی باشد: $\dot{m}_i = \dot{m}_e$

Scanned by CamScanner

موازنه انرژی   تغییرات انرژی صفر است.

$$E_{in}=E_{out} \quad , \quad dE_{c.v}=0$$

$$Q_{in}+W_{in}+\sum m_i\theta_i = Q_{out}+W_{out}+\sum \dot m_e\theta_e$$

θ: انرژی جرم واحد سیال در حال جریان است.

هنگامی که جرمی به سیستم وارد یا از آن خارج می‌شود. علاوه بر انرژی‌های داخلی، پتانسیل و جنبشی، مقداری انرژی دیگر به اندازه Pv که انرژی جریان نام دارد نیز همراه خود وارد یا خارج می‌نماید.

(در واقع Pv کار جریان است $W_{flow}=FL=PAL=Pv$)

$$\theta=u+Pv+e_K+e_P=h+\frac{V^2}{2}+gz$$

سیال ساکن $e=u+\frac{V^2}{2}+gz$ سیال در حال جریان $\theta=Pv+u+\frac{V^2}{2}+gz$

گرما با آهنگ $\dot Q_{c.v}$ به سیستم داده شود و کار با آهنگ $\dot W_{c.v}$ توسط سیستم تولید می‌شود. خواهیم داشت

$$\dot Q-\dot W=\sum \dot m_e\left(h_e+\frac{V_e^2}{2}+gz_e\right)-\sum \dot m_i\left(h_i+\frac{V_i^2}{2}+gz_i\right)$$

یک ورودی و یک خروجی $\dot Q-\dot W=\dot m\left(h_2-h_1+\frac{V_2^2-V_1^2}{2}+g(z_2-z_1)\right)$

تغییرات جنبشی و پتانسیل ناچیز باشد $q-w=\Delta h \qquad q=\frac{\dot Q}{\dot m} \ , \ w=\frac{\dot W}{\dot m}$

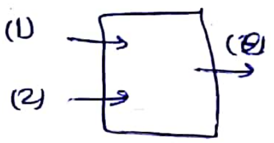
مثال: جریان ۱ با دبی 5 و آنتالپی 2 به صورت کاملا پایا وارد مخزن اختلاط غیرعایق شده و با جریان دیگری از آن ماده با دبی ۲ و آنتالپی ۱۰ مخلوط می‌شود. داخل مخزن همزنی با توان مصرفی 2 کار می‌کند. اگر آنتالپی جریان خروجی 6 باشد شدت انتقال حرارت محیط با حجم کنترل چقدر است؟ (واحدها هماهنگ هستند)

معادله پیوستگی $\dot m_e=\dot m_{i1}+\dot m_{i2}$

قانون اول $\dot Q-\dot W=\sum m_eh_e-\sum m_ih_i \rightarrow Q-(-2)=\dot m_eh_e-(\dot m_{i1}h_{i1}+\dot m_{i2}h_{i2})$

$$Q-(-2)=(5+2)6-(5\times2+2\times10)\rightarrow Q=10$$

مثال: جریانی از هوا با دبی جرمی $6\,\frac{kg}{s}$ و دمای 500k با $2\,\frac{kg}{s}$ هوا در دمای 700k در یک محفظه به صورت آدیاباتیک مخلوط می‌شوند و خروجی از انتهای سوم خارج می‌شود. شرایط یکنواخت است. اگر هوا گاز کامل با گرمای ویژه ثابت باشد دمای هوای خروجی چقدر است؟



$$\dot m_1+\dot m_2=\dot m_e$$

$$\dot m_1c_pT_1+\dot m_2c_pT_2=(\dot m_1+\dot m_2)c_pT_e$$

$$T_e=\frac{\dot m_1T_1+\dot m_2T_2}{\dot m_1+\dot m_2}=\frac{3\times500+2\times700}{3+2}=580k$$

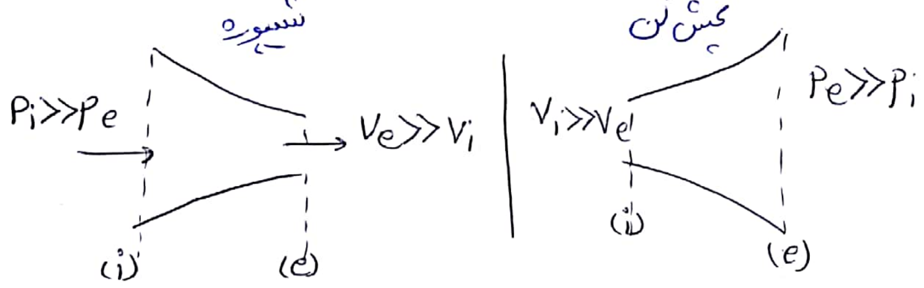
Scanned by CamScanner

اعمال قانون اول برای تجهیزات فرآیندی

شیپوره و پخش کن

یک شیپوره یا نازل مجرایی با سطح مقطع متغیر است که سرعت سیال با عبور از آن، در اثر انبساط تا فشاری پایین تر افزایش می یابد. در پخش کن فشار سیال با کاهش سرعت در جهت جریان، افزایش می یابد.

در یک شیپوره یا دیفیوزر آدیاباتیک از انرژی پتانسیل می توان صرفنظر کرد و تنها کار انجام شده کار جریان است. انرژی انتالپی به انرژی جنبشی تبدیل می شود.



$$Q-W=m\left(h_2-h_1+\frac{V_2^2-V_1^2}{2}+g(z_2-z_1)\right)\rightarrow h_e-h_i+\frac{V_e^2-V_i^2}{2}=0$$

در شیپوره V_i و در دیفیوزر V_e مقدار کوچکی هستند و می توان از آنها صرفنظر کرد.

مثال: گاز ایده آل به صورت کاملا پایا در فشار اتمسفر و دمای 400k وارد یک شیپوره (نازل) شده و در دمای 200k و فشار یک اتمسفر شیپوره را ترک می کند. با فرض ناچیز بودن سرعت جریان ورودی، سرعت جریان خروجی از شیپوره چقدر است؟

$$c_p=1\ \frac{kJ}{kg.K}\qquad h_e-h_i+\frac{V_e^2-V_i^2}{2}=0\rightarrow c_p(T_e-T_i)=\frac{V_i^2-V_e^2}{2}$$

$$V_i=0\rightarrow 1\times1000\times(200-400)=\frac{0-V_e^2}{2}\rightarrow V_e=400\ \frac{m}{s}$$

هنگامی که واحد سرعت $\frac{m}{s}$ است واحد انتالپی باید $\frac{J}{kg}$ باشد به همین خاطر cp در 1000 ضرب شده است.

مثال: هوا با فشار 10kPa و دمای 300k و سرعت $200\ \frac{m}{s}$ وارد پخش کن بی دررو می شود. سطح مقطع ورودی $100\ mm^2$ و خروجی $640\ mm^2$ است. چنانچه سرعت خروجی $20\ \frac{m}{s}$ باشد. فشار و دمای خروجی چقدر است؟

$$c_p=1\ \frac{KJ}{KgK}$$

$$h_i+\frac{V_i^2}{2}=h_e+\frac{V_e^2}{2}\rightarrow h_i-h_e=\frac{1}{2}(V_e^2-V_i^2)=c_p(T_i-T_e)\rightarrow T_e=T_i-\frac{1}{2000\times1}(20^2-200)^2$$

$$=300+20\Rightarrow T_e=320k$$

$$\dot{m}=\rho AV=\frac{AV}{v}\rightarrow\frac{A_iV_i}{v_i}=\frac{A_eV_e}{v_e}$$

$$PV=RT\rightarrow v_i=\frac{RT_i}{P_i}\rightarrow\frac{A_iV_i}{\frac{RT_i}{P_i}}=\frac{A_eV_e}{\frac{RT_e}{P_e}}\rightarrow P_e=\frac{T_e}{T_i}\frac{A_i}{A_e}\frac{V_i}{V_e}P_i=\frac{320}{300}\times\frac{100}{640}\times\frac{200}{20}\times100$$

$$=166\ kPa$$

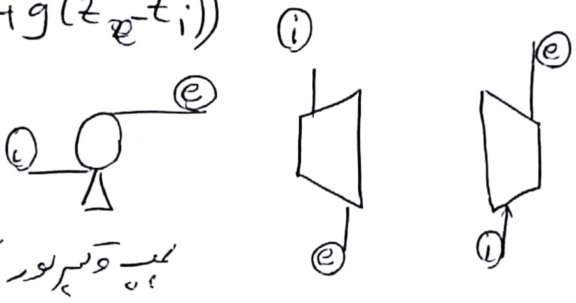
Scanned by CamScanner

توربین - کمپرسور و پمپ

دستگاه هایی هستند که در آنها کار، نقش اصلی را بازی می کند. یک توربین، آنتالپی سیال را به کار تبدیل می کند. کمپرسور با مصرف کار، سبب افزایش فشار سیال می شود. در شرایط عادی به دلیل سرعت بالای سیال، از انتقال گرما می توان صرفنظر کرد. تغییرات انرژی های جنبشی و پتانسیل هم ناچیز است (مگر اینکه در صورت سئوال به سرعت و ... اشاره شده باشد.)

$$Q - W = \dot m \left(h_e - h_i + \frac{V_e - V_i}{2} + g(z_e - z_i)\right)$$

$$W_{c.v} = \dot m (h_i - h_e)$$



پمپ و کمپرسور کار مصرف می کنند ← علامت کار منفی است.

توربین ← کار تولید می کند ← علامت کار مثبت است.

در وسایل ذکر شده، تغییر آنتالپی در جهت جریان عامل مهم و اصلی است. در توربین ها، آنتالپی کاهش یافته و در کمپرسورها افزایش می یابد. در سوالی که ارتفاع و سرعت داده شده باشد از آن استفاده می کنیم ولی اگر داده نشده باشد یا ما در تعیین آنها ناتوان باشیم صرفنظر می کنیم.

ex: یک کمپرسور فشار و دمای هوا را از 100 kPa و 300 K به 500 kPa و 420 K می رساند. اگر دبی جرمی هوا در داخل کمپرسور 0.5 $\frac{kg}{s}$ باشد و انتقال حرارت از کمپرسور 20 $\frac{kJ}{kg}$ باشد توان کمپرسور بر حسب کیلوژول بر کیلوگرم چقدر است؟

$c_{p_{air}} = 1 \frac{kJ}{kg.K}$

$$\dot Q - \dot W = \dot m (h_e - h_i)$$

$$q - w = h_e - h_i \rightarrow w = q - c_p(T_e - T_i) = (-20) - (420 - 300) = -140 \frac{kJ}{kg}$$

Scanned by CamScanner

مبدل‌های حرارتی

در مبدل‌های حرارتی مانند چگالنده‌ها، تبخیرکننده‌ها و دیگ‌های بخار، حرارت از جریان دمای بالا به جریان دمای پایین منتقل می‌شود. مثلا در دیگ بخار انرژی شیمیایی سوخت توسط احتراق به انرژی آنتالپی تبدیل می‌شود و این انرژی‌ها از طریق سطح گرم‌کننده دیگ به آب منتقل شده و آن را بخار می‌کند. آنتالپی آب ورودی و خروجی اختلاف زیادی دارند ولی تغییرات انرژی‌های جنبشی و پتانسیل در مقابل تغییرات آنتالپی ناچیز است و از آن‌ها صرف‌نظر می‌شود. در دیگ بخار کاری انجام نمی‌شود.

$Q_{c.v} = \dot{m}(h_e - h_i)$ با در نظر گرفتن سیال سرد و سیال گرم به طور جداگانه داریم.

$q_{c.v} = h_e - h_i$ در دیگ بخار و تبخیرکننده انتقال حرارت به آب صورت می‌گیرد بنابراین انتقال حرارت مثبت است.

در چگالنده انتقال حرما از آن صورت می‌گیرد بنابراین انتقال حرارت منفی است.

مثال: گاز فریون 12 (R-12) در دیگ کندانسور Condenser توسط آب خنک می‌شود. نرخ جریان جرمی گاز در کندانسور $28 \frac{kg}{min}$ است که با آنتالپی ویژه $400 \frac{kJ}{kg}$ وارد شده و با آنتالپی ویژه $220 \frac{kJ}{kg}$ خارج می‌شود. افزایش (دمای) آب در کندانسور $10°C$ است. کندانسور عایق است و جریان‌ها یکنواخت (steady) می‌باشند. نرخ جریان جرمی آب $(c_p = 4{,}2 \frac{kJ}{kg.k})$ چقدر است؟

مقدار انرژی گرفته شده توسط آب برابر با مقدار انرژی از دست رفته برای گاز فریون است.

$$(\dot{m}(h_i - h_e))_{air} = (\dot{m} c_p \Delta T)_w \rightarrow 28(400-220) = \dot{m}_w \times 4{,}2 \times 10 \rightarrow \dot{m}_w = 120 \frac{kg}{min} = 2 \frac{kg}{s}$$

Scanned by CamScanner

محفظه اختلاط محفظه‌ای است که در آن دو یا چند سیال وارد می‌شوند و با هم مخلوط می‌شوند و از یک یا چند خروجی خارج می‌شوند

تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل در آن‌ها ناچیز است و کار محوری هم وجود ندارد. با صرف‌نظر از انتقال گرما قانون اول

$$\sum_{in} \dot{m}_i h_i = \sum_{out} \dot{m}_e h_e$$

معادله پیوستگی $\sum \dot{m}_i = \sum \dot{m}_e$

مثال: جریانی به نرخ $10 \frac{kg}{s}$ با آنتالپی $2000 \frac{kJ}{kg}$ وارد یک مخزن اختلاط عایق شده و به طور یکنواخت با جریان دیگری با نرخ $5 \frac{kg}{s}$ و $h=150 \frac{kJ}{kg}$ مخلوط می‌شود. درون مخزن همزنی به توان $5\,kW$ کار می‌کند. آنتالپی جریان خروجی تقریباً چند $\frac{kJ}{kg}$ است؟

$$Q-\dot{W} = \sum \dot{m}_e h_e - \sum \dot{m}_i h_i \rightarrow 0-(-5) = 15 h_e - (10\times 2000 + 5\times 150) \rightarrow$$

$$\sum \dot{m}_i = \sum \dot{m}_e \Rightarrow \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_e \rightarrow \dot{m}_e = 10+5 = 15 \frac{kg}{s}$$

$$h_e = 1384 \frac{kJ}{kg}$$

Scanned by CamScanner

فرایند اختناق

یک فرایند برگشت ناپذیر است که در آن فشار سیال در گذر از یک محدودکننده کاهش پیدا می‌کند. چنین فرایندی در گذر از یک مانع متخلخل، شیر نیمه باز و یا یک روزنه کوچک انجام می‌شود. (جریان از یک شیپوره بدون اصطکاک، برگشت پذیر داخلی است)

- با توجه به صلب بودن حجم کنترل و عدم وجود محور دوار در آن، تبادل کار وجود ندارد و تغییرات انرژی پتانسیل و جنبشی ناچیز است.

- چنانچه آدیاباتیک بودن سیستم ذکر نشود، باز هم آن را آدیاباتیک در نظر می‌گیریم، چون برای انتقال گرما سطح و زمان لازم است.

قانون اول $Q - W = m\left(h_e - h_i + \frac{V_e^2 - V_i^2}{2} + g(z_e - z_i)\right)$

ساده شده $h_i = h_e$

این معادله نشان دهنده برابر بودن آنتالپی ورودی و خروجی است.
نشان دهنده ثابت بودن آنتالپی در طی فرایند نیست.

$\downarrow$

$P_e < P_i$ ، $V_e > V_i$ ، $\rho_e < \rho_i$ ، $E_{ke} > E_{ki}$

ضریب ژول تامسون به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mu = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_h = -\frac{1}{c_p}\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T$$

$$\mu \begin{cases} > 0 & P_2 < P_1 \rightarrow T_e < T_i \\ = 0 & P_2 < P_1 \rightarrow T_e = T_i \\ < 0 & P_2 < P_1 \rightarrow T_e > T_i \end{cases}$$

درصورت استفاده از فرایند اختناق در مصارف برودتی باید از سیالی استفاده کرد که در آن $\mu > 0$ باشد. چون در غیر این صورت دما افزایش پیدا می‌کند. ضریب ژول تامسون در دمای اتاق برای کلیه گازها به جز هیدروژن و هلیم مثبت است.

Scanned by CamScanner

فرایندهای جریان ناپایا

فرایندهایی که تغییرات زمانی در حجم کنترل وجود دارد. پر شدن مخازن صلب از خطوط تغذیه گاز، تخلیه سیال از مخازن تحت فشار، باد کردن تایرها و بالن ها و...

موازنه جرم $\sum_i m_i - \sum_e m_e = (m_2 - m_1)_{sys}$

i ورودی

e خروجی

1 حالت اولیه

2 حالت نهایی

موازنه انرژی $E_{in} - E_{out} = \Delta E_{sys}$

$$Q_{in} + W_{in} + \sum m_i \theta_i = Q_{out} + W_{out} + \sum m_e \theta_e + \Delta E_{sys}$$

$$Q - W = \sum m_e \theta_e - \sum m_i \theta_i + \Delta E_{sys}$$

$$\dot{Q} - \dot{W} = \sum_e \dot{m}_e\left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + g z_e\right) - \sum_i \dot{m}_i\left(h_i + \frac{V_i^2}{2} + g z_i\right) + \frac{dE_{sys}}{dt}$$

فرایند جریان یکنواخت - حالت یکنواخت

Uniform state uniform flow USUF

با توجه به مشکل بودن تجزیه و تحلیل فرایندهای ناپایا از حالت خاص USUF استفاده می‌شود.

فرضیات جریان یکنواخت حالت یکنواخت

۱- در هر لحظه از فرایند حالت حجم کنترل یکنواخت است. حالت می‌تواند با زمان تغییر کند ولی این تغییرات به طور یکنواخت انجام می‌شود. بنابراین حالت جرم خروجی از حجم کنترل در هر لحظه با حالت جرم داخل حجم کنترل در آن لحظه یکی است.

۲- خواص سیال می‌تواند از یک ورودی تا دیگری یا از یک خروجی تا دیگری متغیر باشد اما جریان در هر ورودی یا هر خروجی یکنواخت و پایا است. بنابراین خواص بر حسب زمان یا مکان روی مقطع عرضی ورودی یا خروجی تغییر پیدا نمی‌کنند و در صورت تغییر از مقادیر میانگین استفاده می‌شود.

معادله انرژی USUF:

$$Q - W = \sum_e m_e\left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + g z_e\right) - \sum_i m_i\left(h_i + \frac{V_i^2}{2} + g z_i\right) + (m_2 e_2 - m_1 e_1)_{c.v.}$$

با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل در صورت امکان:

$$Q - W = \sum_e m_e h_e - \sum_i m_i h_i + (m_2 u_2 - m_1 u_1)_{c.v.}$$

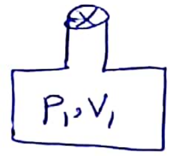
اگر هیچ نوع جرمی وارد نشود یا از آن خارج نشود: $Q - W = m(u_2 - u_1)$

Scanned by CamScanner

نکته (1): هرگاه بیان شود فرایند به آهستگی انجام می‌شود یعنی محیط و حجم کنترل زمان لازم برای تبادل گرما دارند. و هر دو به تعادل دمایی می‌رسند. بنابراین می‌توان این فرایند را دما ثابت در نظر گرفت.

نکته (2): هرگاه بیان شود فرایند به سرعت انجام می‌شود یعنی محیط و حجم کنترل زمان لازم برای تبادل گرما را ندارند. بنابراین می‌توان این فرایند را آدیاباتیک در نظر گرفت.

ex: مخزن صلبی شامل هوا با شرایط اولیه P_1 و V_1 می‌باشد. اگر شیر بالای مخزن باز شود و نیمی از هوای داخل آن خارج شود مقدار گرمایی که باید به مخزن داده شود تا دمای آن تغییر نکند چقدر است؟



پیوستگی: $m_e = m_1 - m_2 = m - \frac{m}{2} = \frac{m}{2}$

قانون اول: $Q - W = m_e h_e - m_i h_i + m_2 u_2 - m_1 u_1$

$$Q - 0 = \frac{m}{2} h_e - 0 + \frac{m}{2} u_2 - m u_1 \Rightarrow Q = \frac{m}{2} c_p T_1 + \frac{m}{2} c_v T_2 - m c_v T_1$$

$$Q = \frac{m}{2}(c_p - c_v) T_1 = \frac{m}{2} R T_1 = \frac{1}{2} P_1 V_1$$

ex: هرگاه یک مخزن عایق کاملا خالی را در نظر بگیریم. با یک گاز ایده‌آل با دمای T_i در حال پر شدن است. با صرف نظر از تغییرات انرژی پتانسیل و جنبشی دمای گاز در حالت نهایی را محاسبه کنید.

$$Q - W = \sum m_e h_e - \sum m_i h_i + (m_2 u_2 - m_1 u_1)_{c.v}$$

$$Q, W = 0 \quad , m_e = 0 , m_1 = 0 , m_2 = m_i \rightarrow m_i h_i = m_2 u_2 \rightarrow h_i = u_2$$

$$c_p T_i = c_v T_2 \rightarrow T_2 = \frac{c_p}{c_v} T_i \rightarrow T_2 = k T_i$$

- $k = 1.3$ سه‌اتمی
- $k = 1.4$ دواتمی
- $k = 1.6$ تک‌اتمی

$T_2 > T_i$ علی‌رغم نبود کار و گرما دمای گاز در حالت نهایی افزایش می‌یابد علت کار جریان است.

ex: یک مخزن عایق بندی شده پر از گاز ایده‌آل، شیر را باز کرده تا تخلیه شود. با صرف نظر از تغییرات انرژی پتانسیل و جنبشی دمای گاز خروجی؟

$$Q - W = \sum m_e h_e - \sum m_i h_i + (m_2 u_2 - m_1 u_1)_{cv} \rightarrow h_e = u_1 \rightarrow c_p T_e = c_v T_1$$

$$T_e = \frac{T_1}{K}$$

نکته: یک سیستم بسته حالت خاصی از فرایند USUF است که دارای ورودی و خروجی نیست (نه SSSF).

در SSSF و USUF، $\dot{m}_i$ و $\dot{m}_e$ و $\dot{Q}_{c.v}$ و $\dot{W}_{c.v}$ در هر دو فرایند ثابت هستند. اما در SSSF لحظه به لحظه ثابت اند ولی در USUF لحظه به لحظه می‌توانند متغیر باشند.

Scanned by CamScanner

قانون دوم ترمودینامیک

در قانون اول کار و گرما را کاملاً قابل تبدیل به هم در نظر می‌گیرند، در حالی که این دو به طور کامل قابل تبدیل به هم نیستند.
کار را می‌توان به طور کامل به گرما تبدیل نمود ولی برعکس آن امکان پذیر نیست.

ضمناً قانون اول در مورد جهت فرایند هیچ گونه اطلاعاتی به ما نمی‌دهد، در حالی که یک فرایند خود به خود در جهت معینی پیش می‌رود.
به عنوان مثال انتقال گرما از جسمی با دمای پایین به جسمی با دمای بالا بدون انجام کار، ناقض قانون اول نیست ولی در عمل غیر ممکن است.

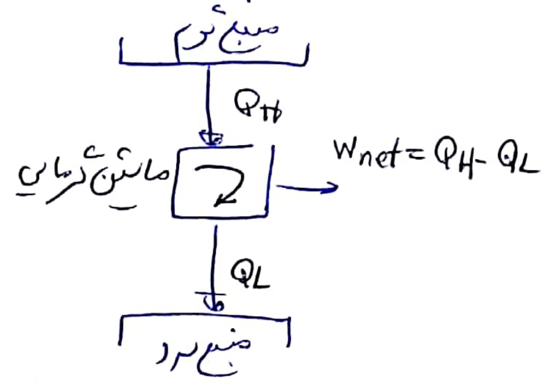
قانون دوم دربرگیرنده این مفهوم است که یک فرایند فقط در یک جهت معین پیش می‌رود و در جهت خلاف آن قابل وقوع نیست.
این محدودیت برای جهت وقوع یک فرایند، تعیین قانون دوم است. اگر چه فرایندی منافی با قانون اول ترمودینامیک نباشد دلیل نمی‌شود که حتما اتفاق بیفتد.

قانون دوم علاوه بر مشخص نمودن جهت فرایندهای خود به خودی، حالت تعادل نهایی این فرایندها را هم تعیین می‌کند.
این قانون با فراهم کردن ابزارهای لازم، میزان مفید بودن انرژی‌ها (کیفیت انرژی‌ها) را اندازه‌گیری نموده و متغیرهای مربوط به تلفات انرژی‌ها در فرایندهای مختلف ارائه می‌کند. با استفاده از قانون دوم می‌توان معیاری برای حالت‌های عملکرد ایده‌ال دستگاه‌های مهندسی مثل پمپ و توربین، کمپرسور و ... ارائه کرد. با تعریف راندمان‌های مختلف میزان نزدیکی عملکرد این دستگاه‌ها به حالت ایده‌ال را سنجید.

ماشین گرمایی

منبع گرمایی: یک سیستم خیلی بزرگ با دمای یکنواخت T است که با جذب یا دفع انرژی‌ها توسط انتقال گرما در طی یک فرایند، تغییر دما نداشته باشد. مثل اقیانوس‌ها

ماشین گرمایی یا موتور گرمایی: در ماشین گرمایی مقداری گرما از منبع گرم گرفته می‌شود و مقداری از آن به کار تبدیل می‌شود و باقی آن به منبع سرد داده می‌شود.



Q_H : مقدار گرمای گرفته شده از منبع دما بالا

Q_L : مقدار گرمای داده شده به منبع دما پایین

W_{net} : مقدار کار خالص تولید شده در موتور گرمایی

Scanned by CamScanner

سیال عامل (یا سیال فعال) سیال مورد استفاده در موتورهای گرمایی و چرخه‌ها.

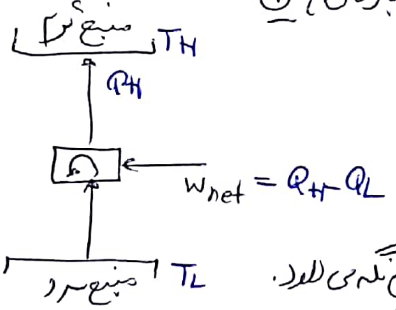
راندمان گرمایی: راندمان یک موتور گرمایی عبارت است از نسبت مقدار کار خالص انجام شده توسط موتور به مقدار انرژی گرمایی مصرف شده.

$$\eta_{th} = \frac{W_{net}}{Q_{in}} \quad , \quad W_{net} = Q_H - Q_L \quad \longrightarrow \quad \eta_{th} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$$

$$0 < \eta_{th} < 1$$

پمپ‌های گرمایی و یخچال‌ها

- پمپ‌های گرمایی و یخچال‌ها برعکس موتورهای گرمایی کار می‌کنند و با دریافت کار، گرما را از دمای پایین به دمای بالا پمپ می‌کنند.
- W_{net} مقدار کاری است که به یخچال یا پمپ گرمایی داده می‌شود تا گرما را از منبع با دمای پایین T_L به منبع با دمای بالای T_H منتقل کند.



- عملکرد یخچال و پمپ گرمایی، با چرخه یکسانی صورت می‌گیرد.
- یخچال به صورت یک سردکن عمل می‌کند و منبع دما پایین را با جذب گرما از آن در دمای پایین نگه می‌دارد.

بنابراین در یخچال، مقدار گرمای خروجی از محلی که می‌خواهیم سرد شود مهم است (Q_L). هدف یخچال سرد کردن منبع سرد است.

- پمپ گرمایی به صورت یک گرمکن عمل می‌کند و با جذب گرما از یک منبع دما پایین و انتقال آن به منبع دما بالا، آن را در دمای بالا نگه می‌دارد. بنابراین در پمپ گرمایی، مقدار گرمای ورودی به محلی که می‌خواهیم گرم شود مهم است (Q_H).

هدف پمپ‌های گرمایی گرم کردن منبع گرم است.

ضریب عملکرد

کارایی پمپ گرمایی و یخچال با استفاده از ضریب عملکرد سنجیده می‌شود، که عبارت است از نسبت انرژی مفیدی که منتقل می‌شود به مقدار کاری که صرف انتقال این انرژی می‌شود.

در موتورهای گرمایی جهت چرخه موافق جهت حرکت عقربه‌های ساعت است ولی در یخچال و پمپ گرمایی جهت چرخه خلاف جهت عقربه ساعت است.

$$COP_R = \frac{\text{مقدار گرمای گرفته شده از ناحیه سرد}}{\text{کار خالص ورودی}} = \frac{Q_L}{W_{net,in}} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L} = \frac{1}{\frac{Q_H}{Q_L} - 1}$$

$$COP_{HP} = \frac{\text{گرمای داده شده به منبع گرم}}{\text{کار خالص ورودی}} = \frac{Q_H}{W_{net,in}} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} = \frac{1}{1 - \frac{Q_L}{Q_H}}$$

Scanned by CamScanner

قانون دوم ترمودینامیک از دیدگاههای مختلفی بیان می‌شود.

① از دیدگاه کارنوترها (بیان کلوین پلانک)

الف - ساخت دستگاهی که به صورت چرخه‌ای عمل کند و تمام گرمایی را که از منبع گرمایی دما بالا گرفته، به کار تبدیل کند غیرممکن است.

ب - ساخت ماشین گرمایی با راندمان ۱۰۰٪ ممکن نیست.

② از دیدگاه جریان گرما (بیان کلازیوس)

الف - ساخت دستگاهی که به صورت چرخه عمل کند و تنها اثر آن انتقال گرما از جسم سرد به یک جسم گرم باشد، غیرممکن است. گرما نمی‌تواند به صورت خودبه‌خود از جسم با دمای پایین به جسم با دمای بالا منتقل شود.

ب - ساخت یخچالی که بتواند بدون کار ورودی، عمل نماید غیرممکن است.

ج - ساخت یخچالی با ضریب عملکرد بی‌نهایت ممکن نیست.

دو بیان کلوین پلانک و کلازیوس معادل از هم هستند و نقض هر یکی موجب نقض بیان دیگر می‌شود.

③ از دیدگاه اندازه‌گیری کمی

هرگاه جسمی به حالت خودبه‌خود از حالت .... به حالت .... می‌رود.

- حالت منظم‌تر به حالت بی‌نظم‌تر
- حالت با انرژی پر ارزش‌تر به حالتی با انرژی کم ارزش‌تر
- حالت تشخیص‌پذیرتر به حالت تشخیص‌ناپذیرتر
- حالتی که احتمال کمتری دارد به حالت محتمل‌تر
- حالتی با اطلاعات بیشتر به حالتی با اطلاعات کمتر

④ از دیدگاه ترمودینامیکی

برای هر سیستمی که با محیط اطراف خود برهم‌کنش دارد، افزایش آنتروپی داریم ($\Delta S_t > 0$).

به عبارت ساده‌تر تمام فرایندهای خودبه‌خودی برگشت‌ناپذیرند.

فرایندهای برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیر

فرایندی را برگشت‌پذیر گویند که بدون برجای گذاشتن هیچ اثری روی اطراف می‌تواند معکوس شود. یعنی سیستم و اطراف هردو، در انتهای فرایند برگشت‌پذیر به حالت‌های اولیه خود برمی‌گردند. فرایندهای ایده‌آلی برگشت‌پذیر هستند. درحالی که فرایندهای غیرایده‌آلی برگشت‌ناپذیر هستند، همه فرایندهای واقعی برگشت‌ناپذیرند، با این حال برخی از فرایندهایی را که رخ می‌دهند می‌توان تقریبا برگشت‌پذیر در نظر گرفت.

Scanned by CamScanner

← در فرایند برگشت ناپذیر، برگشت ناپذیری‌ها در داخل دستگاه، محیط آن یا هر دو وجود دارند بنابراین فرایند برگشت‌پذیر فرایندی است که در آن برگشت ناپذیری‌های داخلی یا خارجی وجود ندارند.

← با وجود اینکه فرایندهای برگشت پذیر در طبیعت وجود ندارند، مطالعه این فرایندها و خصوصیت آنها در ترمودینامیک اهمیت بالایی دارد. از نظر ترمودینامیک فرایند برگشت پذیر فرایند ایده‌آل است. چون امکان تبدیل هرچه بیشتر گرما به کار وجود دارد و در آن هیچ اصطکاکی وجود ندارد.

← فرایند برگشت پذیر خارجی: فرایندی که طی آن هیچ گونه برگشت ناپذیری در خارج از مرزهای سیستم وجود نداشته باشد. انتقال گرما بین یک منبع و سیستم در حالتی که سطح تماس بین سیستم و منبع در دمای منبع باشد نمونه‌ای از فرایند برگشت پذیر خارجی است.

← فرایند برگشت پذیر داخلی: فرایندی که در طی آن هیچ گونه برگشت ناپذیری در داخل مرزهای سیستم وجود نداشته باشد.

← فرایند برگشت پذیر کلی یا برگشت پذیر: فرایندی که شامل هیچ گونه برگشت ناپذیری در سیستم و اطرافش نباشد به عبارت دیگر هم برگشت پذیر داخلی باشد هم برگشت پذیر خارجی.

← فرایندهای واقعی که در آنها تبادل گرما صورت می‌گیرد، برگشت ناپذیرند. برای اینکه یک فرایند انتقال گرما برگشت پذیر باشد باید اختلاف دماهای بی‌نهایت کوچک باشد. و زمان لازم برای رسیدن به حالت تعادل بی‌نهایت طولانی باشد.

← هر فرایند غیرتعادلی یک فرایند برگشت ناپذیر داخلی است

← هر فرایند شبه تعادلی، برگشت پذیر داخلی است ولی الزاما برگشت پذیر نیست، چون ممکن است خارج از مرزهای سیستم عوامل برگشت ناپذیری وجود داشته باشد.

خواص سیستم‌های برگشت پذیر

1- کار مسیر رفت با کار مسیر برگشت یکی است.

2- حداکثر کار را تولید می‌کنند. بنابراین دارای بالاترین راندمان هستند.

3- در طی انجام فرایند محیط تحت تاثیر قرار نمی‌گیرد.

4- در تراکم حداقل کار را مصرف می‌کنند.

5- از تعادل خارج نمی‌شوند

6- کار را می‌توان از رابطه $W=\int P\,dV$ تعیین کرد.

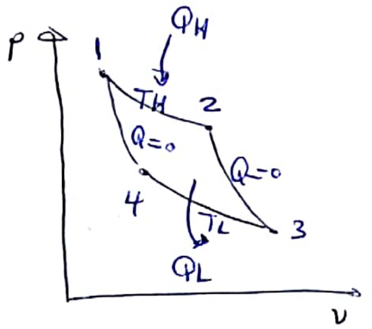
7- بسیار کند هستند.

Scanned by CamScanner

چرخه کارنو

چرخه کارنو، معروف‌ترین چرخه برگشت‌پذیر است. چرخه‌ها وقتی برگشت‌پذیر تلقی می‌گردند که هیچ برگشت‌ناپذیری در داخل سیستمی که معرف چرخه است وجود نداشته باشد و انتقال گرما بین سیستم و منابع به صورت برگشت‌پذیر صورت گیرد.

چرخه کارنو از چهار فرایند برگشت‌پذیر تشکیل می‌شود.



۱- فرایند 1→2 انبساط دما ثابت (جذب گرما از منبع دما بالا)

۲- فرایند 2→3 انبساط بی‌دررو برگشت‌پذیر

۳- فرایند 3→4 تراکم دما ثابت (دفع گرما به منبع دما پایین)

۴- فرایند 4→1 تراکم بی‌دررو برگشت‌پذیر

اثبات راندمان موتور کارنو

$1\to2:\ Q_H = W_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = mRT_H \ln\frac{V_2}{V_1}$

$2\to3:\ Q_{23} = 0$

$3\to4:\ Q_L = -W_{3-4} = -\int_{V_3}^{V_4} p\,dV = -mRT_L \ln\frac{V_4}{V_3}$

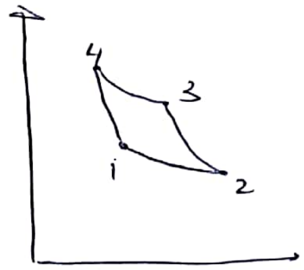
$4\to1:\ Q_{4-1} = 0$

$$\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 + \frac{T_L}{T_H}\,\frac{\ln\frac{V_4}{V_3}}{\ln\frac{V_2}{V_1}}$$

$$\frac{T_L}{T_H} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{k-1}, \quad \frac{T_L}{T_H} = \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{k-1} \rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1}$$

$$\rightarrow \eta = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

چرخه کارنو معکوس (چرخه تبرید کارنو)



۱- 1→2 تراکم دما ثابت (جذب گرما از منبع دما پایین)

۲- 2→3 تراکم بی‌دررو برگشت‌پذیر

۳- 3→4 انبساط دما ثابت (دفع گرما به منبع دما بالا)

۴- 4→1 انبساط بی‌دررو برگشت‌پذیر

Scanned by CamScanner

نامساوی کلازیوس

می‌توان نشان داد که وقتی سیستم چرخه کاملی را طی می‌کند انتگرال چرخه‌ای $\frac{\delta Q}{T}$ همواره کمتر از صفر یا صفر است

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \begin{cases} \oint \frac{\delta Q}{T} = 0 & \text{برگشت‌پذیر داخلی یا کلی} \\ < 0 & \text{برگشت‌ناپذیر (ممکن)} \\ > 0 & \text{غیرممکن} \end{cases}$$

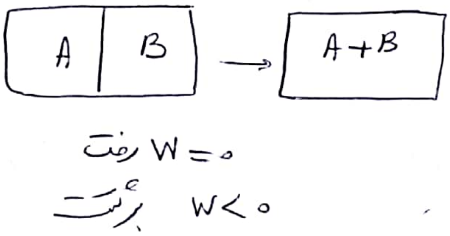
بیان نامساوی کلازیوس برای چرخه کارنو

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} + \int_3^4 \frac{\delta Q}{T} + \int_4^1 \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} + 0 - \frac{Q_L}{T_L} + 0 = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} = 0$$

Scanned by CamScanner

عوامل که سبب برگشت ناپذیری می‌شوند.

۱) اختلاط



زمانی که A و B بدون تبادل کار دیگری با هم مخلوط می‌شوند ولی فرایند برگشت، بدون تعامل با محیط اطراف ممکن است.

۲) اصطکاک

فرایندی که اصطکاک به هر صورتی در آن موجود باشد برگشت ناپذیر است.

۳) واکنش شیمیایی

۴) انتقال حرارت به وسیله اختلاف دمای محدود

با کاهش اختلاف دما، درجه برگشت ناپذیری کاهش پیدا می‌کند و اگر اختلاف دما خیلی ناچیز باشد فرایند حالت برگشت پذیر پیدا می‌کند

۵) انبساط غیر تعادلی

این فرایند به گونه‌ای است که در طی آن تعادل در سیستم حفظ نمی‌شود

← هر عاملی که سبب غیر یکنواختی دما و فشار داخل سیستم شود، عامل ایجاد برگشت ناپذیری در سیستم است که به این سیستم‌ها برگشت ناپذیر داخلی هم گفته می‌شود

مقیاس دمای ترمودینامیکی

طبق مقیاس دمای ترمودینامیکی کلوین که برای ماشین‌های گرمایی برگشت پذیر برقرار است، نسبت گرماها با نسبت دماهای مطلق برابر است و داریم

$$\frac{Q_H}{Q_L}=\frac{T_H}{T_L}$$

با استفاده از این مقیاس دما راندمان گرمایی ماشین برگشت پذیر را می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

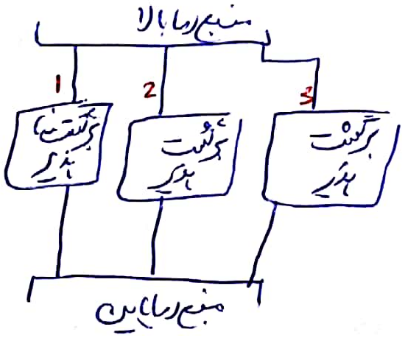
$$\eta_{th,rev}=1-\frac{T_L}{T_H}$$

اصول کارنو

۱- راندمان ماشین گرمایی برگشت ناپذیر، همواره کمتر از راندمان ماشین برگشت پذیری است که بین همان دو منبع کار می‌کند.

۲- راندمان ماشین‌های گرمایی برگشت پذیر، به سیال عامل بستگی ندارد و تنها تابع دمای دو منبع است.

(توجه داشته باشید که ضریب عملکرد یخچال و پمپ گرمایی برگشت پذیر هم به سیال عامل بستگی ندارد و تنها تابع دو دمای منبع است.)



$$\eta_{th\,1} < \eta_{th\,2}$$

$$\eta_{th\,2} = \eta_{th\,3}$$

Scanned by CamScanner

← هرگاه راندمان گرمایی ماشین واقعی و برگشت پذیر را که بین دو دمای یکسان عمل می‌کنند مقایسه کنیم.

$\eta_{th} > \eta_{th,rev}$ ← ماشین گرمایی غیرممکن است.

$\eta_{th} = \eta_{th,rev}$ ← ماشین گرمایی برگشت پذیر ممکن است

$\eta_{th} < \eta_{th,rev}$ ← ماشین گرمایی برگشت ناپذیر ممکن است.

ضریب عملکرد یخچال یا پمپ گرمایی برگشت پذیر

$$COP_{R,rev} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{1}{\frac{T_H}{T_L} - 1}$$

$$COP_{HP,rev} = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}}$$

هرگاه ضرایب عملکرد یخچالهای واقعی و برگشت پذیر را که بین دو دمای یکسان عمل می‌کنند مورد مقایسه قرار دهیم.

اگر $COP_R > COP_{R,rev}$ ← یخچال غیرممکن است.

اگر $COP_R = COP_{R,rev}$ ← یخچال برگشت پذیر ممکن است.

اگر $COP_R < COP_{R,rev}$ ← یخچال برگشت ناپذیر ممکن است.

COP_R برای یخچالهای خانگی حدود ۲/۵ و برای یخ سازها حدود ۱ است. COP_{HP} در محدوده دماهای متوسط حدود ۴ است.

ex: دمای داخل یک یخچال خانگی در $-20°C$ حفظ می‌شود. دمای بیرون یخچال $20°C$ است (دمای آشپزخانه) درحالی که نرخ نفوذ گرما از بیرون به داخل آشپزخانه $189 \frac{kJ}{min}$ باشد. حداقل قدرت مصرف این یخچال چقدر است؟

$$COP_{R,rev} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{Q_L}{W_{net}} \Rightarrow \frac{253.15}{20+20} = \frac{189}{W_{net}} \rightarrow W_{net} = 30 \frac{kJ}{min} = 0.5\ kW$$

← COP یخچال و پمپ گرمایی با کاهش T_L کاهش می‌یابد.

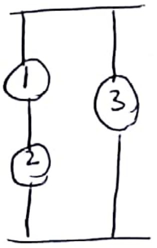
← پمپ و یخچال بین دو دمای T_L و T_H یکسان عمل کنند.

$$COP_{HP} = COP_R + 1$$

$0 \leq COP_R < \infty$ $\quad Q_H = Q_L \rightarrow COP = \infty$

$1 \leq COP_{HP} < \infty$ $\quad Q_L = 0 \rightarrow \begin{cases} COP_R = 0 \\ COP_{HP} = 1 \end{cases}$

Scanned by CamScanner



← اگر بجای ماشین های حرارتی 1 و 2 ماشین حرارتی 3 جایگزین شود.

$$\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2$$

← اگر بجای یخچال 1 و 2 یخچال 3 جایگزین شود.

$$\frac{1}{COP_{R_3}} = \frac{1}{COP_{R_1}} + \frac{1}{COP_{R_2}} + \frac{1}{COP_{R_1} COP_{R_2}}$$

← اگر بجای پمپ های حرارتی 1 و 2 پمپ حرارتی 3 جایگزین شود.

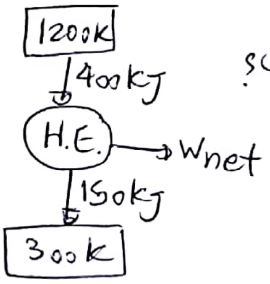
$$\frac{1}{COP_{HP_3}} = \frac{1}{COP_{HP_1}} + \frac{1}{COP_{HP_2}} - \frac{1}{COP_{HP_1} COP_{HP_2}}$$

راندمان قانون دوم

نسبت راندمان حرارتی را به راندمان ماشین حرارتی کارنو در شرایط یکسان (T_L و T_H) راندمان قانون دوم می نامیم.

$$\eta_{II} = \frac{\eta_{th}}{\eta_{th,rev}}$$

ex: راندمان قانون دوم موتور حرارتی نشان داده شده چقدر است؟



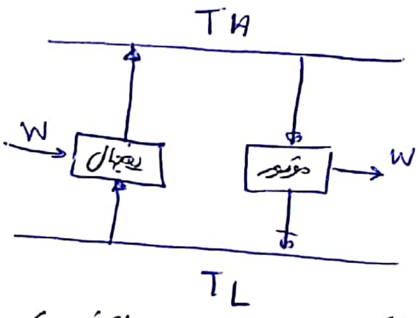
$$\eta_{th} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{150}{400} = \frac{5}{8}$$

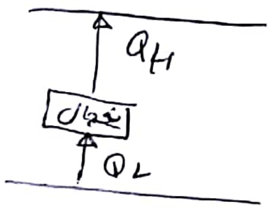
$$\eta_{th,rev} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{1200} = \frac{3}{4}$$

$$\eta_{II} = \frac{\eta_{th}}{\eta_{th,rev}} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{20}{24} = 0{,}83$$ یا 83%

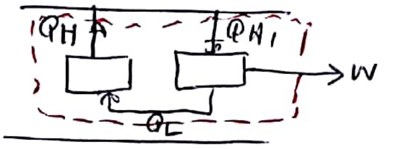
ex: ثابت کنید بیانهای کلازیوس و کلوین قانون دوم معادلند.

اثبات از طریق برهان خلف: اگر یکی نقض شود دیگری هم نقض می شود.





فرض کنیم یخچال نقض شود یعنی بدون W، Q_L را به Q_H تبدیل کنیم. موتوری می سازیم که Q_{H_1} گرفته و W_1 را می دهد و Q_{L_1} می دهد. اگر مقدار Q_{L_1} با Q_L یخچال می باشد. یخچال و موتور را باهم در نظر می گیریم و حال موتوری داریم که $Q_{H_1} - Q_H$ گرفته و W را می دهد. یعنی نقض موتور.



پس دو بیان یکی هستند.

Scanned by CamScanner

آنتروپی

قانون اول ترمودینامیک، ابتدا برای یک چرخه بدست آمد و به دنبال آن با معرفی خاصیتی به نام انرژی داخلی، به صورتی مطرح شد که بتواند برای فرایند به کار رود. در ادامه با تعریف آنتالپی برای جریان هم استفاده شد. توسعه قانون دوم ترمودینامیک هم از الگوی مشابهی پیروی می‌کند. این قانون نخست برای یک چرخه بدست آمد و سپس با معرفی خاصیتی به نام آنتروپی، برای کاربرد در یک فرایند توسعه می‌یابد. کلازیوس تلاش کرد تا قانون دوم را به روش کمی کامل سازد. برای این کار او یک تابع ریاضی را معرفی کرد و آن را آنتروپی نامید. بر اساس معادلات، آنتروپی روشی را به دست می‌دهد که با استفاده از آن، جهت فرایندهای خودبه‌خودی انجام‌پذیر مشخص می‌شود و علت غیرممکن بودن برخی تبادلات انرژی تشریح می‌شود.

تعریف آنتروپی

چنانچه در نامساوی کلازیوس ذکر شد برای فرایند برگشت‌پذیر کلی یا برگشت‌پذیر داخلی داریم

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

بنابراین $\frac{\delta Q}{T}$ مستقل از مسیر بوده و دیفرانسیل کامل است. یعنی می‌توان آن را خاصیتی مثل S در نظر گرفت که به آن آنتروپی می‌گویند.

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{rev}$$

برای یک سیستم بسته در فرایند برگشت‌پذیر داریم:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

$$[S] = \frac{kJ}{K} \quad , \quad [s] = \frac{kJ}{kg.K}$$

توجه ← آنتروپی یک خاصیت ترمودینامیکی است و تغییر آنتروپی بین دو حالت مشخص، دارای مقدار معینی است که مستقل از مسیر فرایند، برگشت‌پذیری یا برگشت‌ناپذیری است. یعنی اگر ابتدا و انتهای یک فرایند یکسان باشد. ΔS دو فرایند برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیر برابر است ولی اگر انتهای دو فرایند یکسان نباشد، ΔS مسیر برگشت‌ناپذیر بیشتر از مسیر برگشت‌پذیر است.

← آنتروپی یک خاصیت ناپایستار است که در کلیه فرایندهای واقعی افزایش می‌یابد. در نتیجه آنتروپی جهان همواره در حال افزایش است. (آنتروپی تنها در فرایندهای برگشت‌پذیر پایستار است.)

فرایند دما ثابت برگشت‌پذیر داخلی

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_0} = \frac{1}{T_0}\int_1^2 \delta Q = \frac{Q}{T_0}$$

T_0 دمای مطلق ثابت سیستم

Q انتقال گرما

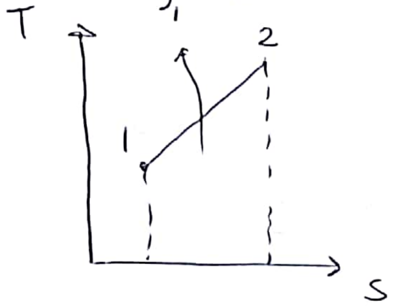
اگر به سیستم گرما داده شود ← آنتروپی افزایش

اگر از سیستم گرما دفع شود ← آنتروپی کاهش

Scanned by CamScanner

نمودار دما - آنتروپی

$Q=\int_1^2 Tds$



انتخاب دما و آنتروپی به عنوان دو پارامتر جهت توصیف یک سیستم ترمودینامیکی مزیت زیادی دارد.

← در نمودار T-S فرایندهای دما ثابت و ادیاباتیک برگشت پذیر

(دما ثابت: خط افقی — ادیاباتیک برگشت پذیر: خط عمودی)

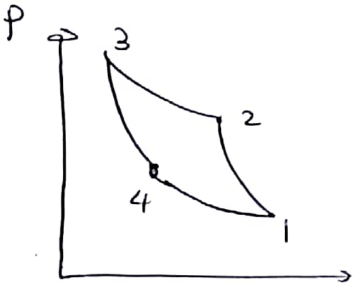
← سطح زیر نمودار برابر Q است.

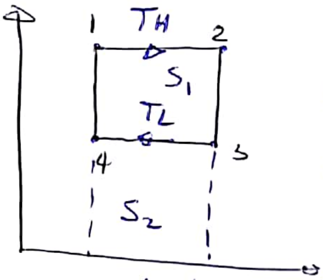
$$\delta Q_{rev} = Tds \rightarrow Q_{rev} = \int_1^2 Tds$$

← در نمودار T-S اگر چرخه ساعتگرد باشد. ماشین گرمایی است و دارای Q مثبت است.

← اگر پادساعتگرد باشد پمپ حرارتی یا یخچال است و Q منفی است.

چرخه کارنو در نمودار T-S





$Q_H = S_1 + S_2$ سطح ۱ و ۲

$Q_L = S_2$

در فرایندهای چرخه‌ای سطح داخل هر بسته نمودار T-S نشان دهنده کار خالص چرخه است. چون در این فرایندها جمع جبری کارها با جمع جبری گرماها برابر است.

اصل افزایش آنتروپی

با توجه به تعریف آنتروپی می توان قانون دوم را به صورت رابطه روبرو بیان کرد.

$$ds \geq \frac{\delta Q}{T}$$

تساوی ← برگشت پذیر

نامساوی ← برگشت ناپذیر

$$\Delta S_{sys} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{gen}$$

← تولید آنتروپی S_{gen} معیاری از آنتروپی ایجاد شده در اثر برگشت ناپذیری ها (اصطکاک، اختلاط و ...) است. در واقع درجه برگشت ناپذیری فرایند را نشان می دهد.

← مقدار S_{gen} همواره بزرگتر یا مساوی صفر است و به مسیر فرایند بستگی دارد. در نتیجه یک خاصیت سیستم نیست. $S_{gen} \geq 0$

← اصل افزایش آنتروپی: در یک سیستم منزوی که در آن انتقال جرم و انتقال گرما وجود ندارد $\Delta S_{isolated} \geq 0$

$$S_{gen} = \begin{cases} >0 & \text{فرایند برگشت ناپذیر} \\ =0 & \text{فرایند برگشت پذیر} \\ <0 & \text{فرایند غیرممکن} \end{cases}$$

← تغییر آنتروپی سیستم می تواند مثبت، منفی یا صفر باشد اما S_{gen} نمی تواند منفی باشد.

Scanned by CamScanner

← روش‌های افزایش آنتروپی سیستم
→ گرما دادن به سیستم
→ قرار دادن در یک فرایند برگشت ناپذیر

← روش کاهش آنتروپی سیستم ← گرفتن گرما از سیستم

فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر

فرایند آنتروپی ثابت در نمودار TS به صورت خطوط قائم نشان داده می‌شود. در یک فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر $\delta Q_{rev}=$

$$ds=\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_{rev}$$ ⇐ آدیاباتیک برگشت پذیر = آنتروپی ثابت = ایزنتروپیک

(→ ، ←✗)

فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر آنتروپی ثابت است.

فرایند آنتروپی ثابت الزاما آدیاباتیک برگشت پذیر نیست.

← در یک فرایند برگشت ناپذیر، گرفتن گرما الزاما سبب کاهش یا افزایش آنتروپی نمی‌شود. چون

$$\Delta S=\int_1^2\frac{\delta Q}{T}+S_{gen}$$

$\int_1^2\frac{\delta Q}{T}<0$, $S_{gen}>0$ ← مجموع این دو مقدار می‌توانند + یا - باشند.

← در کلیه فرایندها داریم.

$$\begin{cases} Q>0 \Rightarrow \Delta S>0 \\ \Delta S<0 \Rightarrow Q<0 \end{cases}$$

← هر سیستم و اطرافش را به صورت دو زیر سیستم منزوی می‌توان در نظر گرفت.

$$S_{gen}=\Delta S_t=\Delta S_{sys}+\Delta S_{sur}\geq 0$$

در یک فرایند برگشت پذیر

$$\Delta S_{sys}=\left(\frac{Q}{T}\right)_{rev} \quad , \quad \Delta S_{sur}=-\left(\frac{Q}{T}\right)_{rev}$$

تغییر آنتروپی محیط

$$\Delta S_{sur}=\frac{Q_{sur}}{T_{sur}}$$

Q_{sur} گرمای منتقل شده
- محیط گرما بگیرد ← +
- محیط گرما از دست بدهد ← −

مثال: یک گلوله فلزی به جرم 1 kg و دمای 500K درون یک استخر بزرگ آب با دمای 300K انداخته می‌شود. تغییر آنتروپی گلوله فلزی چقدر است؟ گرمای ویژه گلوله $3\frac{kJ}{kg.K}$

$$Q=mc\Delta T=1\times3\times200=600\,kJ$$

$$\Delta S_{net}=\Delta S_{sys}+\Delta S_{surr}\geq 0$$

$$\Delta S_{sys}+\frac{Q}{T_0}\geq 0 \longrightarrow \Delta S_{sys}\geq\frac{Q}{T_0} \rightarrow \Delta S_{ys}\geq-\frac{600\,kJ}{300K}=-2\,\frac{kJ}{K}$$

$$\Delta S\geq -2\,\frac{kJ}{K}$$

Scanned by CamScanner

معادلات Tds

سیستمی را در نظر بگیرید که یک فرایند برگشت پذیر داخلی را طی کند.

قانون اول

$$\delta Q_{rev} - \delta W_{rev} = du$$

$$Tds - pdv = du \longrightarrow Tds = du + pdv \quad *$$

$$h = u + pv \longrightarrow dh = du + pdv + vdp \longrightarrow Tds = dh - vdp \quad *$$

دو معادله * اگرچه برای فرایند برگشت پذیر داخلی بدست آمده‌اند اما چون بیان کننده روابط بین خواص هستند برای هر فرایندی چه برگشت پذیر و چه برگشت ناپذیر صادق هستند.

(دقت کنید $\delta Q = Tds$ و $\delta W = pdv$ فقط برای فرایندهای برگشت پذیر درست هستند.)

تغییر آنتروپی در گازهای ایده‌ال

برای تعیین تغییر آنتروپی در گازهای ایده‌ال دو معادله Tds را با معادلات مربوط به گاز ایده‌ال
$$\begin{cases} PV = RT \\ du = c_v\, dT \\ dh = c_p\, dT \end{cases}$$
ادغام می‌کنیم.

$$du = Tds - pdv \longrightarrow ds = \frac{du}{T} + \frac{P}{T}dv = c_v \frac{dT}{T} + R\frac{dv}{v} \longrightarrow \Delta S = \int_{T_1}^{T_2} c_v \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

اگر c_v ثابت باشد $\quad \Delta S = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$

رابطه آنتروپی برحسب تغییرات دما و حجم

$$dh = Tds + vdp \longrightarrow ds = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T}dp = c_p \frac{dT}{T} - R\frac{dp}{P} \Rightarrow \Delta S = \int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

اگر c_p ثابت باشد $\quad \Delta S = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$

اگر c_p ثابت نباشد.

s° تنها تابعی از دماست و مقدار آن در دمای صفر مطلق صفر است.

$$s^\circ = \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T}$$

$$\Rightarrow \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} = s^\circ_2 - s^\circ_1 \longrightarrow s_2 - s_1 = \Delta S = s^\circ_2 - s^\circ_1 - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Scanned by CamScanner

روابط فرایندهای آنتروپی ثابت

گرماهای ویژه ثابت

$$\Delta S = C_v \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S = 0 \longrightarrow \ln\frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{C_v}\ln\frac{V_2}{V_1} \longrightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{s=cte} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$T v^{k-1} = cte \,,\quad T p^{\frac{1-k}{k}} = cte \,,\quad p v^{k} = cte$$

گرماهای ویژه متغیر

$$\Delta S = S_2 - S_1 = s_2^\circ - s_1^\circ - R\ln\frac{P_2}{P_1}$$

انتروپی ثابت $\longrightarrow 0 = s_2^\circ - s_1^\circ - R\ln\frac{P_2}{P_1} \longrightarrow s_2^\circ = s_1^\circ + R\ln\frac{P_2}{P_1}$

(s_2° مقدار s° در پایان فرایند ایزنتروپیک است)

$$\frac{P_2}{P_1} = \exp\frac{s_2^\circ - s_1^\circ}{R} = \frac{\exp(s_2^\circ/R)}{\exp(s_1^\circ/R)} = \frac{P_{r_2}}{P_{r_1}}$$

P_r کمیتی بدون بعد است که تنها تابعی از دما است.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}\,\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_2}{T_1}\,\frac{P_{r_1}}{P_{r_2}} = \frac{\frac{T_2}{P_{r_2}}}{\frac{T_1}{P_{r_1}}} = \frac{V_{r_2}}{V_{r_1}} \longrightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)_{s=\text{ثابت}} = \frac{V_{r_2}}{V_{r_1}}$$

$\frac{T}{P_r} = v_r$ حجم مخصوص نسبی که فقط تابع دماست.

روندهایی که به این صورت هست: P_1, T_1, P_2 معلوم‌اند $\longrightarrow$ T_2 برای فرایند آنتروپی ثابت چقدر است؟

c_p ثابت ← روابط بالا

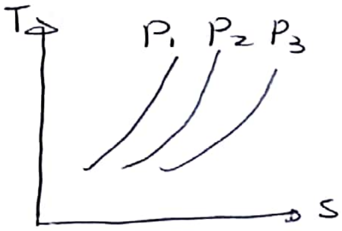
c_p متغیر ← جدول

T	Pr
⋮	
$T_1 \longrightarrow$	P_{r_1}

$P_{r_1} \Rightarrow P_{r_2} = \frac{P_2}{P_1}\cdot P_{r_1}$ ↓ حساب می‌شود

T_2 مجهول بدست می‌آید $\longleftarrow P_{r_2} \longleftarrow$

نمودار T-s در فشار ثابت



$$ds=\frac{c_p}{T}dT-\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dp$$

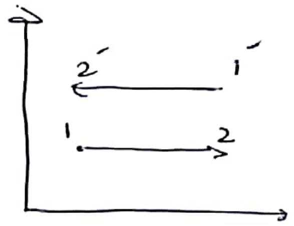
$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p=\frac{T}{c_p} \quad , T=cte \Rightarrow \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T=-\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p<0$$

$$\Rightarrow P_1>P_2>P_3$$

در نمودار T-s شیب خطوط حجم ثابت بیشتر از شیب فشار ثابت است.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p=\frac{T}{c_p} \quad , \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v=\frac{T}{c_v} \quad , c_p>c_v \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v>\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p$$

نمودار T-s دما ثابت



$1 \rightarrow 2$ انبساط دما ثابت

$1' \rightarrow 2'$ تراکم دما ثابت

تغییر آنتروپی در مایعات و جامدات

در مایعات و جامدات که مواد تراکم ناپذیری هستند، حجم مخصوص ثابت بوده و گرمای ویژه تنها تابع دماست.

$$Tds=du+pdV$$

$$Tds=du=cdT \Longrightarrow ds=\frac{c}{T}dT \Rightarrow s_2-s_1=\int_1^2 c\frac{dT}{T}\simeq c_{av}\ln\frac{T_2}{T_1}$$

یعنی تغییر آنتروپی مواد تراکم ناپذیر فقط وابسته به دما بوده و مستقل از فشار است.

تغییر آنتروپی در تغییر فاز

تغییر فاز در دما و فشار ثابت انجام می شود با توجه به معادله $Tds=dh-vdp$

$$ds=\frac{dh}{T}$$

$$\boxed{s_{\alpha\beta}=\frac{h_{\alpha\beta}}{T}}$$

Scanned by CamScanner

– آنتالپی گاز ایده‌ال و انرژی درونی گاز ایده‌ال فقط تابع دماست. آنتروپی هم تابع دما و هم فشار است.

– در فرآیند اختناق

$$\Delta S_t > 0 \quad h_i = h_e \to T_i = T_e \Rightarrow \Delta S = -R\ln\frac{P_e}{P_i}$$

– هرگاه گاز ایده‌ال با ثابت گرماهای ویژه k در یک فرآیند پلی‌تروپیک به شکل $pv^n = cte$ شرکت کند.

$$s_2 - s_1 = R\left[\frac{n-k}{(k-1)n}\right]\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

مثال: دی‌اکسید کربن تحت فرآیند پلی‌تروپیک $pv^{0.5} = cte$ فشرده می‌شود. میزان آنتالپی و آنتروپی آن به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟ $k = 1.5$. کم می‌شود یا زیاد؟

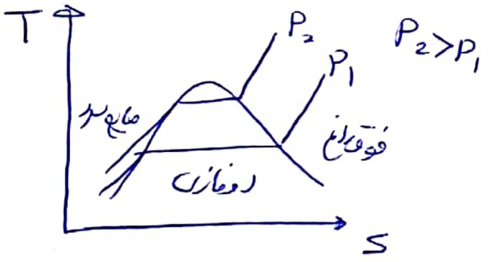
$$\frac{PV}{T} = cte \to \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1}\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{0.5}\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{0.5} \Rightarrow \xrightarrow{v_2 < v_1} T_2 < T_1 \Rightarrow H_2 < H_1$$

$$s_2 - s_1 = \left[\frac{n-k}{(k-1)n}\right]\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \xrightarrow[n<k \to]{P_2 > P_1} \Rightarrow \ln\frac{P_2}{P_1} > 0 \longrightarrow s_2 - s_1 < 0 \Rightarrow s_2 < s_1$$

تغییر آنتروپی مواد خالص

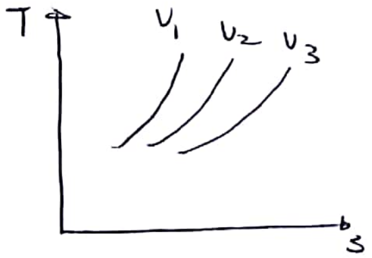
با توجه به اینکه آنتروپی یک خاصیت است، مقدار آن در هر سیستمی معین است. با مشخص بودن دو خاصیت دیگر مستقل می‌توان حالت یک سیستم تراکم‌ناپذیر ساده و در نتیجه آنتروپی و سایر خواص را تعیین کرد.



$P_2 > P_1$

نمودار T-S مواد خالص

نمودار T-S گاز در حالت‌های مختلف



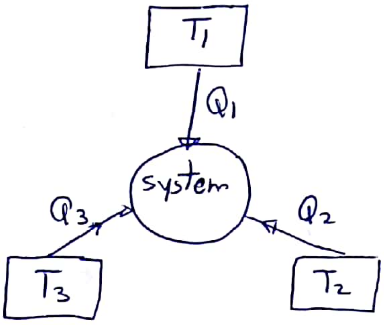
نمودار T-S در حجم ثابت

$$ds = \frac{C_v}{T}dT + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v = \frac{T}{C_v}$$

$$T = cte \to \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v > 0 \Rightarrow v_3 > v_2 > v_1$$

Scanned by CamScanner



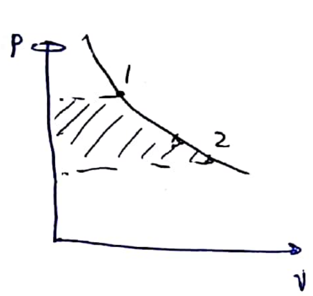
سیکلها برگشت‌پذیرند نشان دهید.

$$\frac{Q_1}{\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_3}}=\frac{Q_2}{\frac{1}{T_3}-\frac{1}{T_1}}=\frac{Q_3}{\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}}$$

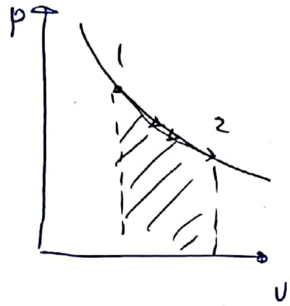
نامساوی کلازیوس : $\frac{Q_1}{T_1}+\frac{Q_2}{T_2}+\frac{Q_3}{T_3}=0 \rightarrow Q_1\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_3}\right)=Q_2\left(\frac{1}{T_3}-\frac{1}{T_2}\right)$

$$Q_1+Q_2+Q_3=0$$

$$\frac{Q_1}{\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_3}}=\frac{Q_2}{\frac{1}{T_3}-\frac{1}{T_1}}$$



کار جریانی برای جریان پایدار گاز ایده‌آل



کار غیرجریانی برای گاز ایده‌آل

$$w_{sf}=\int v\,dp$$

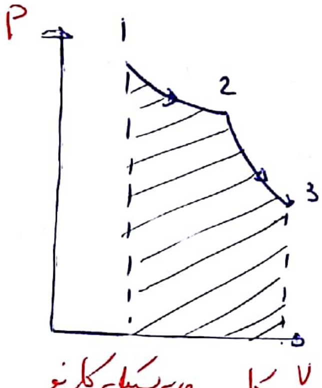
$$w_{nf}=-\int p\,dv$$

$$pv=\varphi(T)$$

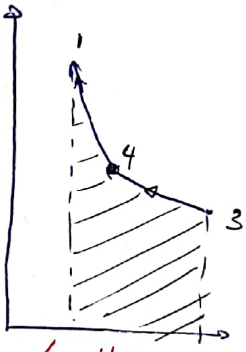
گاز ایده‌آل باشد و فرآیند ایزوترم باشد ←

$$p\,dv + v\,dp=0$$

$$dw_{sf}=dw_{nf}\rightarrow w_{sf}=w_{nf}$$

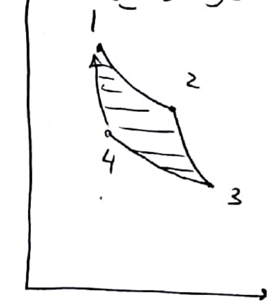


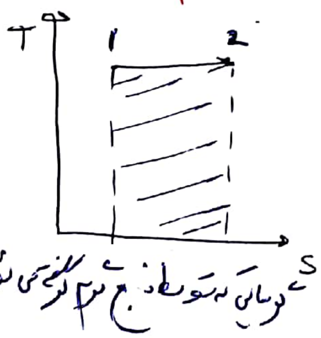
کار ورودی به سیکل کارنو توسط تراکم



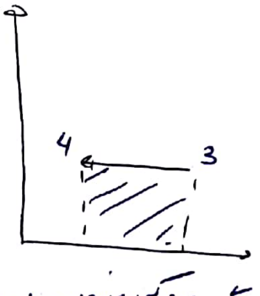
کار خروجی از سیکل توسط انبساط

کار خالص سیکل

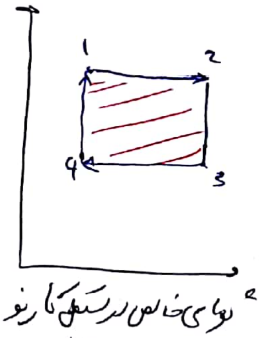




گرمایی که توسط منبع گرم گرفته می‌شود.



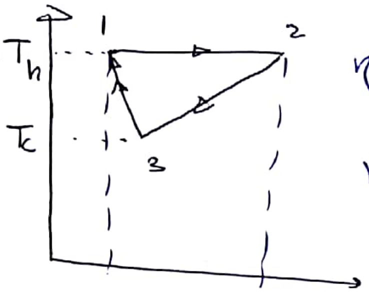
گرمایی که به منبع سرد داده می‌شود



گرمای خالص در سیکل کارنو

Scanned by CamScanner

راندمان سیکلهای زیر را بدست آورید

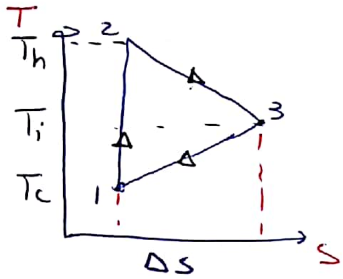


$\eta = \frac{W_{net}}{Q_h} \Rightarrow$

$W_{net} = Q_{net} =$ مثلث

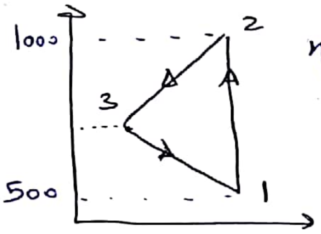
$\rightarrow \eta = \frac{\frac{1}{2}(base)(height)}{T_h(S_2 - S_1)}$

$\eta = \frac{\frac{1}{2} \times (S_2 - S_1)(T_h - T_c)}{T_h(S_2 - S_1)} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{T_c}{T_h}\right)$



$\eta = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{\text{area of lower trapezoid}}{\text{area of upper trapezoid}} = 1 - \frac{\text{sum of bases of lower trap}}{\text{sum of base uper.}}$

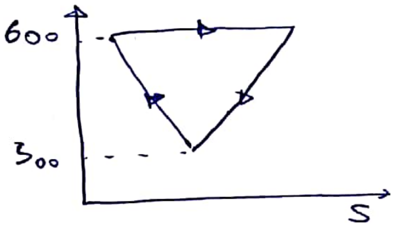
$\eta = 1 - \frac{T_c + T_i}{T_h + T_i} = \frac{T_h - T_c}{T_h + T_i}$

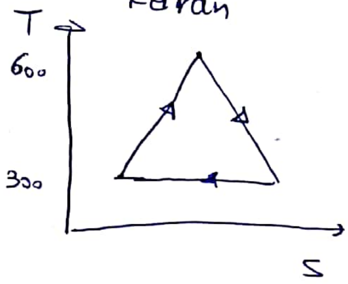


$\eta = \frac{1000 - 500}{1000 + 750} = \frac{2}{7}$

$Cop_{pump} = \frac{1}{\eta} = 3{,}5$

$Cop_{Ref} = Cop_{pump} - 1 = 2{,}5.$

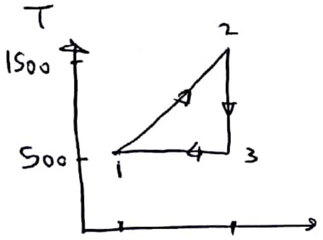




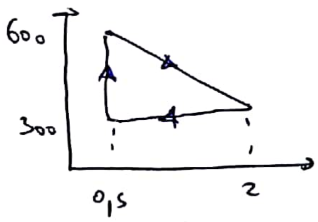
$\eta_R = \frac{W_{net}}{Q_h} = \frac{\text{area } \Delta}{Q_H} = \frac{\frac{1}{2}\Delta S(600 - 300)}{\Delta S(600)} = \frac{1}{4}$

$\eta_K = \frac{W_{net}}{Q_h} = \frac{\text{area}\Delta}{Q_c + \text{area}\Delta} = \frac{\Delta S(600 - 300)/2}{300\Delta S + 300\frac{\Delta S}{2}} = \frac{1}{3}$

$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_H} = \frac{1}{2}$



$\eta = \frac{1500 - 500}{1500 + 500} = \frac{1}{2}$



$\eta = \frac{600 - 300}{600 + 300} = \frac{1}{3}$

$Q_c = 300(2 - 0{,}5) = 450$

$Q_H = Q_c/(1-\eta) = 450 \times \frac{3}{2} = 675$

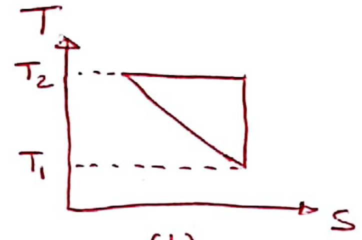
$, W_{net} = Q_H - Q_c = 225$

$C.O.P_R = \frac{1-\eta}{\eta} = 2$

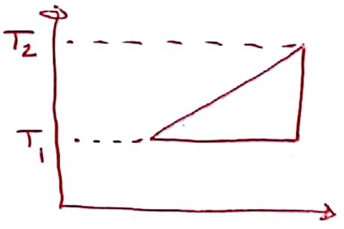
Scanned by CamScanner

مثال در خصوص راندمان سیکل در نمودار T-S

① دو ماشین حرارتی برگشت‌پذیر در نمودار T-S مطابق شکل کار می‌کنند. مقدار راندمان سیکل (1) به (2) وقتی T_2 به سمت بی‌نهایت میل می‌کند؟



(1)



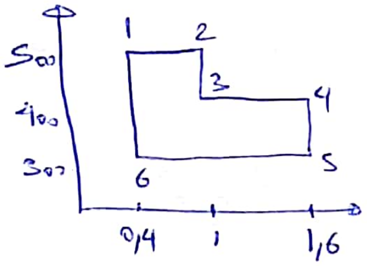
(2)

$$\eta_1 = \frac{\frac{\Delta S (T_2 - T_1)}{2}}{T_2 \Delta S} = \frac{T_2 - T_1}{2T_2} \qquad \lim_{T_2 \to \infty} \eta_1 = \frac{1}{2}$$

$$\eta_2 = \frac{\frac{\Delta S (T_2 - T_1)}{2}}{\Delta S \left(T_1 + \frac{T_2 - T_1}{2}\right)} = \frac{T_2 - T_1}{T_2 + T_1} \qquad \lim_{T_2 \to \infty} \eta_2 = 1$$

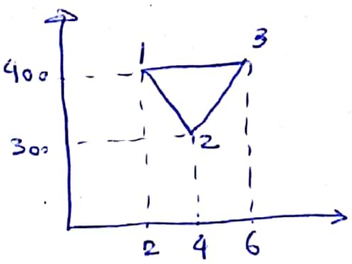
$$\longrightarrow \lim_{T_2 \to \infty} \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{1}{2}$$

② راندمان حرارتی سیکل برگشت‌پذیر شکل زیر



$$\eta = \frac{(400-300)(1,6-0,4) + (500-400)(1-0,4)}{400(1,6-0,4) + (500-400)(1-0,4)} = \frac{180}{540} = 33,33\%$$

③ یک یخچال فرضی در سیکل ترمودینامیکی بازگشت‌پذیر مطابق شکل عمل می‌کند. ضریب عملکرد این سیکل چقدر است؟



$$COP = \frac{Q_L}{W_{net,in}} = \frac{\text{سطح زیر نمودار}}{\text{سطح درون شکل}} = \frac{1400}{200} = 7$$

Scanned by CamScanner

اگر ۲kg آب در دمای ۹۰°C بصورت بی دررو و در فشار ثابت با 3kg آب ۱۰°C مخلوط شود، تغییر آنتروپی کلی این فرایند چقدر است؟

$C_p = 4184 \frac{J}{kg\,K}$ $\quad Q_C = m C_p (T - T_C) = -Q_H = m_H C_p (T - T_H)$

(از قانون اول ترمو) $Q - W = \Delta U \rightarrow Q = \Delta H$ ؛ $m_C (T - T_C) + m (T - T_H) = 0 \rightarrow T = \frac{m_C T_C + m_H T_H}{m_C + m_H}$

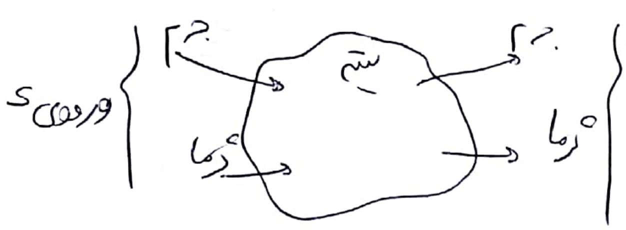
$$T_H = \frac{3 \times 283{,}15 + 2 \times 363{,}15}{5} = 315{,}15\,K$$

$$ds = C_p \frac{dT}{T} \longrightarrow \Delta S = C_p \ln \frac{T_f}{T_i} \longrightarrow \begin{cases} \Delta S_C = C_p \ln \frac{T}{T_C} = 4184 \ln \frac{315{,}15}{283{,}15} = 448 \\ \Delta S_H = C_p \ln \frac{T}{T_H} = 4184 \ln \frac{315{,}15}{363{,}15} = -593{,}2 \end{cases}$$

$$\Delta S_{total} = m_C \Delta S_C + m_H \Delta S_H = 3 \times 448 + 2 \times (-593{,}2) = 157{,}7 \frac{J}{K}$$

Scanned by CamScanner

تغییر آنتروپی در حجم کنترل



در یک سیستم تغییر آنتروپی ناشی از برگشت ناپذیری های داخلی و تبادلات انرژی به شکل گرما با محیط است. در حجم کنترل به دلیل عبور جرم تغییر دیگری هم ممکن است.

$$S_{in} - S_{out} + S_{gen} = \Delta S_{C.V}$$

$$\dot{S}_{in} - \dot{S}_{out} + \dot{S}_{gen} = \Delta \dot{S}_{C.V}$$

S_{gen} مربوط به تولید آنتروپی در داخل مرزهای حجم کنترل است و به تولید آنتروپی در خارج از مرزها که ناشی از برگشت ناپذیری های خارجی است ارتباطی ندارد.

اگر در فرایندی $S_{gen}=0$ شود آن فرایند برگشت پذیر داخلی است ولی الزاما برگشت پذیر کلی نیست.

تغییر آنتروپی سیستم در هر فرایند عبارت است از اختلاف آنتروپی در حالت نهایی و آنتروپی در حالت اولیه

$$\Delta S_{sys} = S_2 - S_1$$

با توجه به اینکه آنتروپی خاصیت سیستم است. هنگامی که حالت سیستم تغییر نکند، مقدار آنتروپی تغییر نمی کند.

به عنوان مثال تغییر آنتروپی وسایل با جریان پایا مثل توربین و پمپ صفر است.

انتقال آنتروپی S_{in}، S_{out}

انتقال جرم: $S_{mass} = ms$

انتقال گرما: $S_{heat} = \frac{Q}{T}$

$S_{work} = 0$ انتقال آنتروپی توسط کار صفر است.

در سیستم های بسته انتقال آنتروپی توسط جرم صفر است.

در سیستم های آدیاباتیک انتقال آنتروپی توسط گرما صفر است.

معادله موازنه آنتروپی برای حجم کنترل

$$\Delta S_{C.V} = \sum m_i s_i - \sum m_e s_e + \sum \frac{Q_k}{T_k} + S_{gen}$$

$$\Delta \dot{S}_{C.V} = \sum \dot{m}_i s_i - \sum \dot{m}_e s_e + \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \dot{S}_{gen}$$

در حالت پایا $\Delta \dot{S}_{CV} = 0 \Rightarrow \dot{S}_{gen} = \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}$

تک ورودی و تک خروجی داشته باشیم: $S_{gen} = \dot{m}(s_e - s_i) - \sum \frac{Q_k}{T_k}$

اگر آدیاباتیک هم باشد: $S_{gen} = \dot{m}(s_e - s_i)$

وقتی سیال در وسیله آدیاباتیک جریان دارد آنتروپی آن افزایش می یابد ←

Scanned by CamScanner

در فرایند USUF :
$$\Delta S_{c.v} = m_2 s_2 - m_1 s_1$$

$$S_{gen} = \sum m_e s_e - \sum m_i s_i + (m_2 s_2 - m_1 s_1) - \sum \frac{Q_k}{T_k}$$

مثال: جریانی از یک ماده خالص به شدت $2\ \frac{kg}{s}$ و آنتروپی $5,3\ \frac{J}{kg\,K}$ و جریان دیگری با شدت $3\ \frac{kg}{s}$ و آنتروپی $3,2\ \frac{J}{kg\,K}$ وارد یک حجم کنترل می‌شود. شدت انتقال گرما از محیط به حجم کنترل $6kW$ می‌باشد و همزمانی با توان $15,6\ kW$ در حال همزمان شکل‌گیری باشد. اگر دمای محیط $27^{\circ}C$ و آنتروپی خروجی $8,4\ \frac{J}{kg\,K}$ باشد. شدت تغییر خالص آنتروپی چند $\frac{W}{K}$ ؟

$$S_{gen} = \sum m_e s_e - \sum m_i s_i - \sum \frac{\dot{Q}}{T} = 5 \times 8,4 - (2 \times 5,3 + 3 \times 3,2) - \frac{6 \times 10^3}{3}$$

$$\sum m_e = \sum m_i \rightarrow m_e = 2 + 3 = 5\ \frac{kg}{s}$$

$$= 1,8\ \frac{W}{K}$$

مثال: شیر متصل به یک مخزن کاملاً خالی و عایق را باز می‌کنیم تا هوای محیط در دمای $300\ K$ و فشار $1\ bar$ وارد مخزن شود. وقتی فشار هوای درون مخزن به همان مقدار فشار محیط برسد ($1\ bar$)، شیر ورودی را می‌بندیم و در صورتی که تغییر خالص آنتروپی $6,29\ R\ \frac{kJ}{K}$ باشد. مقدار گاز وارد مخزن شده بر حسب kg چقدر است؟ (هوا گاز ایده‌آل با گرماهای ویژه ثابت است.)

$\ln 1,2 = 0,2$

$\frac{c_p}{c_v} = 1,2$

$$\Delta S_{tot} = \sum m_e s_e - \sum m_i s_i + m_2 s_2 - m_1 s_1 - \sum \frac{Q_k}{T_k}$$

$Q = 0$ عایق بودن مخزن ، $m_1 = 0$ مخزن ابتدا خالی است ، $m_e = 0$ جریان خارج نمی‌شود $\rightarrow \Delta S_{tot} = m_2 s_2 - m_i s_i = m(s_2 - s_i)$

$m_2 = m_i$

$$\Delta S_{tot} = m c_p \ln \frac{T_2}{T_i} - m R \ln \frac{P_2}{P_i} \xrightarrow{P = cte} \Delta S_{tot} = m c_p \ln \frac{T_2}{T_i}$$

$$T_2 = k T_i = \frac{c_p}{c_v} T_i$$

$$\Delta S_{tot} = m \frac{kR}{k-1} \ln k \Rightarrow$$

$$6,29 R = m \frac{1,2 R}{1,2 - 1} \ln 1,2 \rightarrow m = 5,24\ kg$$

بازدهی ایزنتروپیک

← به دلیل وجود برگشت ناپذیری ها در جریان سیالات در وسایل دارای جریان پایا مانند توربین ها، کمپرسورها، نازل ها و... کیفیت عملکرد این وسایل کاهش پیدا می کند. برای بررسی درجه افت کیفیت در این وسایل، از بازده ایزنتروپیک یا بازده ادیاباتیک استفاده می شود.

← اگر فرایند انبساط در یک توربین آدیاباتیک به صورت ایزنتروپیک باشد کار تولید شده حداکثر خواهد بود. همچنین وقتی فرایند تراکم در یک کمپرسور آدیاباتیک به صورت ایزنتروپیک انجام گیرد کار لازم حداقل خواهد بود.

← مفهوم بازده ایزنتروپیک مقایسه ای را بین عملکرد واقعی و ایده ال دستگاه های از قبیل کمپرسورها، توربین ها، پمپ ها و... فراهم می سازد.

کار در جریان پایای برگشت پذیر

$$\delta q - \delta w = dh + VdV + gdz$$ قانون اول حجم کنترل برگشت پذیر

$$\delta q = du + pdv = dh - vdp$$ تبادل حرارت برگشت پذیر

$$w_{rev} = -\int_1^2 vdp - \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} - g(z_2 - z_1)$$

$$w_{rev} = -\int_1^2 vdp$$ تغییرات جنبشی و پتانسیل ناچیز باشد

برای یک سیستم تراکم ناپذیر که در آن حجم مخصوص در طول فرایند ثابت می ماند داریم

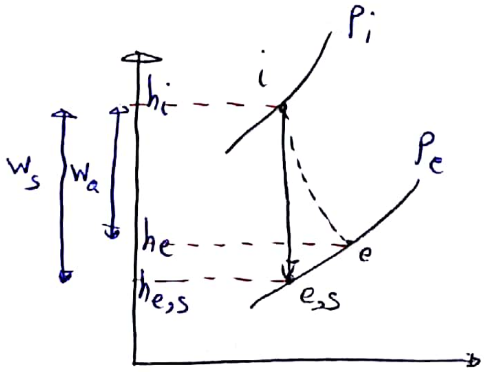
$$w_{rev} = -v(P_2 - P_1) - \Delta E_K - \Delta E_P$$

$$w_{rev} = -v(P_2 - P_1)$$

تغییرات جنبشی و پتانسیل ناچیز $$w_{rev} = -v(P_2 - P_1) = -\frac{m}{\rho}(P_2 - P_1) \Rightarrow W_{rev} = -\frac{\dot{m}}{\rho}(P_2 - P_1)$$

و از این رابطه برای محاسبه کار پمپ استفاده می شود.

بازده ایزنتروپیک توربین ها



$$\eta_T = \frac{w_a}{w_s} = \frac{h_i - h_e}{h_i - h_{e,s}}$$

گاز ایده آل باشد

$$w_a = h_i - h_e = c_p(T_i - T_e)$$

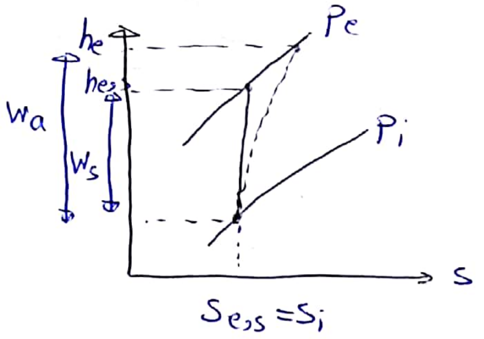
$$w_s = h_i - h_{e,s} = c_p(T_i - T_{e,s})$$

$$\frac{T_{e,s}}{T_i} = \left(\frac{P_e}{P_i}\right)^{\frac{k-1}{k}} \longrightarrow T_{e,s}$$

$$\eta_T = \frac{T_i - T_e}{T_i - T_{e,s}}$$

Scanned by CamScanner

بازده ایزنتروپیک کمپرسورها و پمپ ها



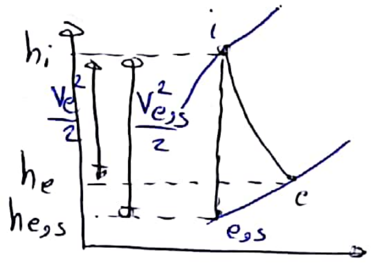
$$\eta_{c,p}=\frac{w_s}{w_a}$$

$$\eta_c=\frac{h_{e,s}-h_i}{h_e-h_i}$$

گاز ایده‌آل ⟶ $$\eta_c=\frac{T_{e,s}-T_i}{T_e-T_i}$$

بازده ایزنتروپیک نازل ها

بازده ایزنتروپیک نازل، عبارت است نسبت انرژی جنبشی سیال در خروجی نازل واقعی به انرژی جنبشی سیال در خروجی نازل ایزنتروپیک (در شرایط ورودی و فشار خروجی یکسان)



$$\eta_N=\frac{V_e^2}{V_{e,s}^2}$$

$$\eta_N=\frac{h_i-h_e}{h_i-h_{e,s}}$$

کار فرایند تراکم

کمپرسوری را در نظر می‌گیریم که در آن فرایند تراکم یک گاز صورت می‌گیرد. اگر فرایند به صورت برگشت‌پذیر داخلی انجام شود. کار لازم برای تراکم حداقل خواهد بود.

$pv^n=cte$ پلی‌تروپیک

$$w_{rev}=-\int_1^2 v\,dp=-(cte)^{\frac{1}{n}}\int_1^2\frac{dp}{p^{\frac{1}{n}}}=-\frac{n}{n-1}(P_2v_2-P_1v_1)\qquad n\neq1$$

$pv=cte$

$$w_{rev}=-\int_1^2 v\,dp=(cte)\int_1^2\frac{dp}{p}=-P_1v_1\ln\frac{P_2}{P_1}\qquad n=1$$

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$w_{rev}=-\frac{nRT_1}{n-1}\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}-1\right]\qquad n\neq1$$

$$w_{rev}=-RT\ln\frac{P_2}{P_1}\qquad n=1$$

Scanned by CamScanner

مثال: بخار در $3\,MPa$, $400°C$ وارد توربین آدیاباتیکی شده و در شرایط $50\,kPa$, $100°C$ خارج می‌شود. قدرت خروجی توربین $2MW$

الف- آهنگ بازده ایزنتروپیک ب- آهنگ جریان جرمی بخار

الف)

$P_1 = 3\,MPa$, $T_1 = 400°C \rightarrow h_1 = 3230\,\frac{kJ}{kg}$, $s_1 = 6.9212\,\frac{kJ}{kg\,K}$

$P_{2s} = 50\,kPa \rightarrow s_f = 1.0910$, $s_g = 7.5939$

$s_{2s} = s_1$

$P_{2a} = 50\,kPa$, $T_{2a} = 100°C \rightarrow h_{2a} = 2682.5\,\frac{kJ}{kg}$

$x_2 = \frac{s_{2s} - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.9212 - 1.091}{6.5029} = 0.897$

$h_{2s} = h_f + x_{2s} h_{fg} = 340.49 + 0.897(2305.4) = 2407.4$

$\eta_T \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}} = \frac{3230.9 - 2682.5}{3230.9 - 2407.4} = 66.7\%$

ب)

$\dot{W}_a = \dot{m}(h_1 - h_{2a}) \rightarrow 2MW \times \frac{1000\,\frac{kJ}{s}}{1MW} = \dot{m}(3230.9 - 2682.5) \rightarrow \dot{m} = 3.65\,\frac{kg}{s}$

مثال - هوا با آهنگ $0.2\,\frac{kg}{s}$ از شرایط $100\,kPa$ و $12°C$ توسط کمپرسور آدیاباتیکی تا فشار $800\,kPa$ متراکم می‌شود. اگر بازده آیزنتروپیک کمپرسور 80% باشد. مطلوبست الف- دمای خروجی هوا ب- قدرت مورد نیاز کمپرسور

$T_1 = 285\,K \rightarrow h_1 = 285.14\,\frac{kJ}{kg} \xrightarrow[\text{الف ۱۷ جدول}]{\text{جدول}} P_{r1} = 1.1584 \rightarrow P_{r2} = P_{r1}\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 1.1584 \times \frac{800}{100}$

$P_{r2} = 9.2672 \xrightarrow{\text{جدول}} h_{2s} = 517.05$

$\eta_C \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} = 0.8 = \frac{517 - 285.14}{h_{2a} - 285.14}$

$h_{2a} = 578.03 \rightarrow T_{2a} = 569.5$

$W_a = \dot{m}(h_{2a} - h_1) = 0.2 \times [575.03 - 285.14] = 58.0\,kW$

مثال - هوا در شرایط $200\,kPa$, $950\,K$ با سرعت کم وارد نازل آدیاباتیکی شده و با فشار $80\,kPa$ خارج می‌شود. اگر بازده آیزنتروپیک نازل ۹۲ درصد باشد. مطلوبست الف- حداکثر سرعت خروجی ممکن ب- دمای خروجی ج- سرعت واقعی هوا

$c_p = 1.099$ $\quad k = 1.354$

$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{P_{2s}}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \rightarrow T_{2s} = 950 \times \left(\frac{80}{200}\right)^{\frac{0.354}{1.354}} = 748\,K$

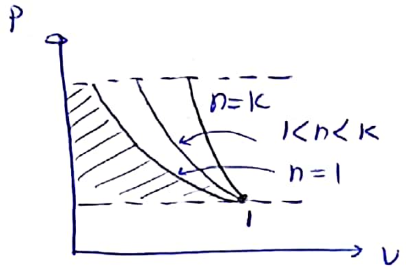
$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_{2s} + \frac{V_{2s}^2}{2} \rightarrow V_{2s} = \sqrt{2(h_{2s} - h_1)} = \sqrt{2c_{p,av}(T_1 - T_{2s})} = \sqrt{2 \times 1.099 \times (950 - 748) \times 1000} = 666\,\frac{m}{s}$

(تبدیل واحد: $\times 1000$)

$\eta_N \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}} = \frac{c_{p,av}(T_1 - T_{2a})}{c_{p,av}(T_1 - T_{2s})} = 0.92 = \frac{950 - T_s}{950 - 748} \rightarrow T_{2a} = 764\,K$

$\eta_N = \frac{V_{2a}^2}{V_{2s}^2} \Rightarrow V_{2a} = \sqrt{\eta_N V_{2s}^2} = 639\,\frac{m}{s}$

Scanned by CamScanner



$n = k$ ایزنتروپیک

$1 < n < k$ پلی‌تروپیک

$n = 1$

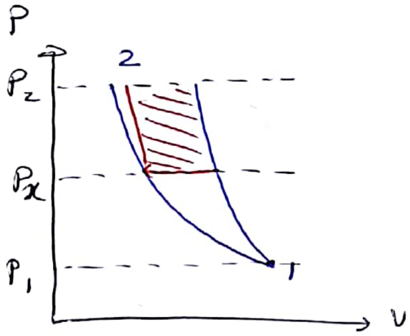
$w = -\int_1^2 v\,dp$

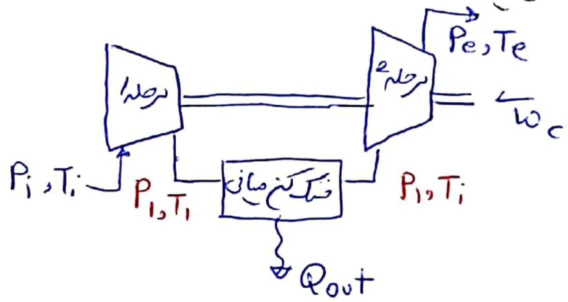
کار لازم برای تراکم ←

دما ثابت < پلی‌تروپیک < ایزنتروپیک

با کاهش n کار لازم تراکم کاهش می‌یابد.

تراکم چند مرحله‌ای با خنک کن میانی





$w_1 = \dot m (h_i - h_1)$ ، $w_t = \dot w_1 + \dot w_2 = \dot m c_p (T_i - T_1) + \dot m c_p (T_i - T_e)$

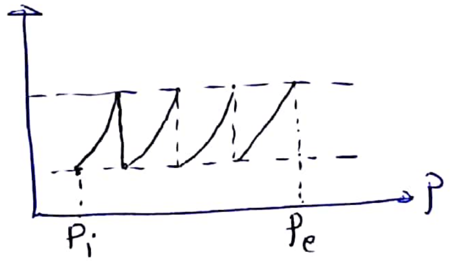
$w_2 = \dot m (h_i - h_e)$

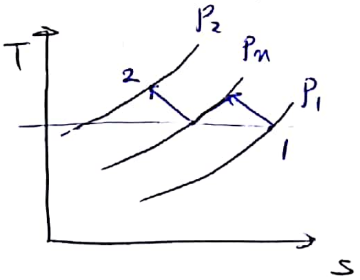
P_1 را طوری پیدا می‌کنیم که $\dot w_t$ حداقل بشود.

$$\frac{\partial w_t}{\partial P_1} = 0 \longrightarrow P_1^2 = P_i P_e \;؛\; \frac{P_1}{P_i} = \frac{P_e}{P_1}$$

بنابراین $\dot w_t$ موقعی حداقل است که نسبت تراکم هر مرحله یکسان باشد.

اگر چند مرحله کمپرسور داشته باشیم





$$\frac{P_1}{P_i} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_2} = \dots = \frac{P_e}{P_{n-1}} = k \longrightarrow \frac{P_e}{P_i} = k^n$$

Scanned by CamScanner

Ex: هوا از حالت 100 kpa و 300 K تا فشار خروجی 900 kpa توسط کمپرسور برگشت پذیر به صورت پایا متراکم می‌شود. کار کمپرسور برای

الف- تراکم آنتروپی ثابت $k=1,4$ ب- پلی‌تروپیک $n=1,3$ ج- دما ثابت د- دو مرحله‌ای با سرمایش میانی $n=1,3$

الف - $w = \frac{kRT_1}{k-1}\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] = \frac{1,4 \times 0,287 \times 300}{1,4-1} \times \left[\left(\frac{900}{100}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1\right] = 263,2$

ب - $w = \frac{nRT_1}{n-1}\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{14-1}{14}} - 1\right] = \frac{1,3 \times 0,287 \times 300}{1,3-1} \times \left[\left(\frac{900}{100}\right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} - 1\right] = 264,4$

ج - $w = RT \ln \frac{P_2}{P_1} = 0,287 \times 300 \times \ln \frac{100}{900} = 189,2$

د - $w = 2 w_{\text{هرمرحله}} = \frac{2nRT}{n-1}\left[\left(\frac{P_x}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] = \frac{2 \times 1,3}{1,3-1} \times 0,287 \times 300 \left[\left(\frac{300}{100}\right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} - 1\right] = 215,3$

$P_x = (P_1 P_2)^{\frac{1}{2}} = (100 \times 900)^{\frac{1}{2}} = 300\ kpa$

Scanned by CamScanner

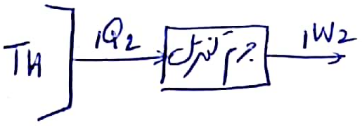
کار برگشت پذیر و کار برگشت ناپذیر

← اگر یک سیستم در طی فرایند، مسیر برگشت پذیری را طی کند حداکثر کار را تولید خواهد کرد و نیز وقتی کار روی سیستم انجام می شود کار برگشت پذیر حداقل کار لازم برای بدست آوردن حالت از پیش تعیین شده نهایی سیستم است.

← تمام فرایندهای برگشت پذیری که بین دو حالت معلوم انجام می شود به شرط آنکه سیستم تنها با محیط تبادل گرمایی داشته باشد به مقدار یکسانی کار تولید خواهند کرد.

کار برگشت پذیر در فرایند جرم کنترل

یک فرایند واقعی برگشت ناپذیر که جرم کنترل مقدار $_1Q_2$ را از یک منبع با دمای T_H گرفته و در اثر تغییر حالت مقدار کار $_1W_2$ تولید می کند در نظر بگیرید.



قانون اول: $_1W_{2\,rev} = {_1Q_2} + Q_0^{rev} - (U_2 - U_1)$

قانون دوم: $\Delta S_t = (S_2 - S_1) - \frac{_1Q_2}{T_H} - \frac{Q_0^{rev}}{T_0} = 0$

Q_0^{rev} مقدار گرمای داده شده به محیط با دمای T_0 در حالت برگشت پذیر است.

$$({_1W_2})_{rev} = T_0(S_2 - S_1) - (U_2 - U_1) + {_1Q_2}\left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right)$$

کار برگشت پذیر در حالت SSSF

با صرف نظر از تغییرات انرژی پتانسیل و جنبشی برای یک فرایند SSSF با یک ورودی و یک خروجی داریم.

$$w_{rev} = T_0(s_e - s_i) - (h_e - h_i) + q\left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right)$$

کار برگشت پذیر در USUF

$$W_{rev_{C.V}} = m_i(h_i - T_0 s_i) - m_e(h_e - T_0 s_e) + m_1(u_1 - T_0 s_1) - m_2(u_2 - T_0 s_2) + Q_{C.V}\left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right)$$

ex: پیستون سیلندری را در نظر بگیرید که هوا از حالت اولیه 400K و 530kPa تا حالت نهایی 300K و 150kPa منبسط می شود. با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل حداکثر کار حاصل شده را تعیین کنید. دمای محیط 25°C.

$$_1W_{2\,rev} = U_2 - U_1 - T_0(S_2 - S_1) = C_v(T_2 - T_1) - T_0\left(C_p \ln\frac{T_2}{T_1} - R\ln\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$_1W_{2\,rev} = 0{,}7165 * (300 - 400) - 298{,}15 \times \left(1{,}0035 \ln\frac{300}{400} - 0{,}287 \ln\frac{150}{53}\right) =$$

$$-93{,}583 \ \frac{kJ}{kg}$$

Scanned by CamScanner

برگشت ناپذیری برگشت ناپذیری اختلاف بین کار برگشت پذیر و کار واقعی تعریف می‌شود.

الف – جرم کنترل

فرایند واقعی $$ {}_1Q_2 = (u_2 - u_1) + {}_1W_2 $$

فرایند برگشت پذیر $$ W_{rev} = T_0(S_2 - S_1) + (u_2 - u_1) + {}_1Q_2\left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right) $$

$$ I = T_0\left((S_2 - S_1) - \frac{{}_1Q_2}{T_H}\right) = T_0 \Delta S_t $$

ب – حالت‌ها – جریان‌ها SSSF

$$ i = W_{rev} - W_{ac} = T_0\left((S_e - S_i) - \frac{q}{T_H}\right) = T_0\left[\frac{1}{\dot{m}}\frac{dS_t}{dt}\right] $$

ج – USUF

$$ I_{C.V.} = W_{rev\,C.V.} - W_{ac.C.V} = T_0\left[(m_2S_2 - m_1S_1) + m_eS_e - m_iS_i - \frac{Q_{C.V}}{T_H}\right] $$

$$ = T_0\left[\Delta S_{CV} + \Delta S_{sur}\right] = T_0 \Delta S_t $$

ΔS_t تولید آنتروپی است.

Scanned by CamScanner